**Pannon Egyetem**
**Műszaki Informatikai Kar**
**Matematika Tanszék**

# Matematikai feladatmegoldó verseny 2016/17
# 1. forduló

1. Adja meg mindazon függvényeket, melyek inverzének képlete $x = \left(\frac{2}{y} - 3\right)^2 + 2$ . Az eredeti és inverz függvények értelmezési tartományát is adja meg! (10 pont)

2. Tekintsük a következő sorozatot: $x_0 := 0$ és $x_{n+1} := \sqrt[7]{x_n + 3}$ minden $n \in \mathbb{N}$ esetén. Mutassa meg, hogy a sorozat konvergens, és $x^*$ -gal jelölt határértéke gyöke az $x^7 = 3+x$ egyenletnek! (10 pont)

3. Ellenőrizze, hogy az $A\,[1, 2, -1]$ , $B\,[5, 0, 7]$ , $C\left[9\ ,\ \frac{12\sqrt{35}+29}{17}\ ,\ \frac{3\sqrt{35}+3}{17}\right]$ pontok egy egyenlő szárú háromszög csúcsai. Hol lehet az $ABCD$ egyenlő oldalú tetraéder negyedik csúcsa? (10 pont)

4. Írja fel egy olyan sík egyenletét, amely a fenti tetraéder térfogatát felezi! (10 pont)

5. Az $\cup$ , $\cap$ és $\overline{\phantom{A}}$ halmazműveletek helyett tekintsük a $[-10, +10]$ -beli valós számok közötti min , max és $-$ ($-1$ -gyel való szorzás) műveleteket. A disztributivitási, elnyelési és De Morgan azonosságok közül melyek lesznek helyesek az új műveletekkel? (Például $A \cup (A \cap B) = A$ helyett $a \max (a \min b) = a$ vagyis $\max (a, \min (a, b)) = a$ ha $a, b \in [-10, +10]$.) (10 pont)

6. Van-e a $\sigma = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$ permutáció-ciklusnak gyöke, vagyis olyan $\tau$ permutáció, amelyre $\sigma = \tau^2$ ? Van-e több ilyen $\tau$ ? (10 pont)

Beadási határidő: **2016. október 27., 13:00**
Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!