



PANNON EGYETEM

MŰSZAKI INFORMATIKAI KAR

MATEMATIKA TANSZÉK

MATEMATIKAI FELADATMEGOLDÓ VERSENY – 2009/10

4. FORDULÓ

1. feladat:

Számítsa ki az alábbi integrált! $\int_0^1 (\ln x)^2 dx$.

10 pont

2. feladat:

Számítsa ki az alábbi integrált! $\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$

10 pont

3. feladat:

Adja meg az alábbi végtelen sor összegét! $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} + \dots$

10 pont

4. feladat:

Mutassa meg, hogy ha egy z komplex számra $|z| < \frac{1}{2}$ teljesül, akkor

$$|(1+i)z^3 + iz| < \frac{3}{4}.$$

10 pont

5. feladat:

Igazolja az $1^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 3 + \dots + n^2(n+1) = \frac{n(n+1)(3n^2 + 7n + 2)}{12}$ azonosságot minden pozitív egész n -re!

10 pont

6. feladat:

Legyen n egy páratlan pozitív egész szám, és legyen b_1, b_2, \dots, b_n az $1, 2, \dots, n$ számok egy átrendezése (permutációja). Mutassa meg, hogy az

$$A = (b_1 - 1)(b_2 - 2) \cdots (b_n - n)$$

egész szám mindig páros! Mutassa meg, hogy ha n páros, akkor található olyan átrendezés, amelyre az A szám páratlan! Hány ilyen ellenpéldát lehet felírni?

10 pont

Beadási határidő: 2010. március 1.

Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!