



PANNON EGYETEM
MŰSZAKI INFORMATIKAI KAR
MATEMATIKAI ÉS SZÁMÍTÁSTECHNIKAI TANSZÉK

MATEMATIKAI FELADATMEGOLDÓ VERSENY
6. FORDULÓ

1. feladat:

Adja meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{4n}}{4n!}$$

hatványsor összegfüggvényét!

10 pont

2. feladat:

Határozza meg az

$$f(x, y) = x^2 - y^2, \quad (x, y) \in D$$

függvény legnagyobb és legkisebb értékét, ahol

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4 \right\}.$$

10 pont

3. feladat:

Számítsa ki az

$$\int_0^1 \left(\int_0^y e^{-(x-1)^2} dx \right) dy$$

integrált!

10 pont

4. feladat:

Mutassa meg, hogy bármely összefüggő gráfban létezik olyan séta, amely a gráf minden élét pontosan kétszer tartalmazza!

10 pont

5. feladat:

Legyen G egy n pontú egyszerű gráf, amelynek k komponense van. Jelölje e az élek számát. Mutassa meg, hogy

$$n - k \leq e \leq \binom{n - k + 1}{2}$$

10 pont

6. feladat:

Igazolja, hogy az

$$a_n = \frac{-250 + 65\sqrt{15}}{2\sqrt{15}}(4 + \sqrt{15})^n + \frac{250 + 65\sqrt{15}}{2\sqrt{15}}(4 - \sqrt{15})^n$$

számok minden $n=1,2,\dots$ -re egész számok, és oszthatók 5-tel!

10 pont

Beadási határidő: 2009. május 18.

Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!