



PANNON EGYETEM
MŰSZAKI INFORMATIKAI KAR
MATEMATIKAI ÉS SZÁMÍTÁSTECHNIKAI TANSZÉK

MATEMATIKAI FELADATMEGOLDÓ VERSENY
5. FORDULÓ

1. feladat:

Mutassa meg, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^n}{n^{n^2}} = 0.$$

Útmutatás: Vizsgálja annak a sornak a konvergenciáját, amely az adott sorozatból származik.

10 pont

2. feladat:

Adja meg a

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{36} + \dots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} + \dots$$

sor összegét!

10 pont

3. feladat:

Adja meg az

$$(x-1) + \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} + \dots + \frac{(x-1)^n}{n} + \dots$$

hatványsor összegfüggvényét a $(0,2)$ intervallumban!

10 pont

4. feladat:

Bizonyítsa be a

$$\binom{2n}{n} = \binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \dots + \binom{n}{n}^2$$

azonosságot, ahol n pozitív egész!

10 pont

5. feladat:

Határozza meg az $x^n y^n$ tag együtthatóját az $(1+x)^n (1+y)^n (x+y)^n$ szorzat kifejtett alakjában!

10 pont

6. feladat:

Oldja meg az

$$s_n = \frac{s_{n-1}s_{n-2}}{5s_{n-2} - 6s_{n-1}}, \quad n \geq 2, \quad s_0 = 1, s_1 = 3$$

rekurziót!

10 pont

Beadási határidő: 2009. április 14.

Kérjük, hogy a beadott lapokon nyomtatott betűkkel a nevet, szakot, Neptun kódot tüntessék fel!