

A csoport

Név, Neptun kód:

FELADATOK (8x5 pont)

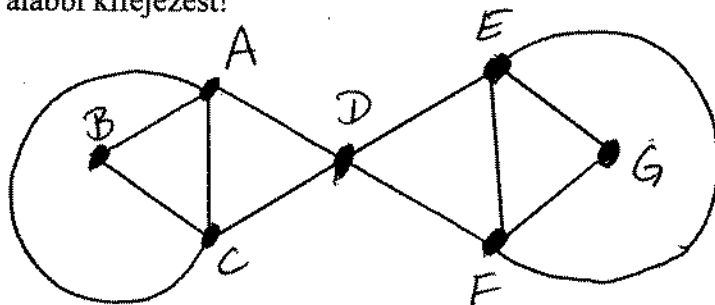
1. Hány olyan 1 és 700 közötti egész szám van, amely vagy 3-mal vagy 5-tel osztható?
2. Legalább hány tanulója van annak az iskolának, amelynek tanulói közül biztosan ki lehet választani 3 olyant, akinek a születésnapja az év azonos napján van?
3. Hány **nemnegatív** egész megoldása van az $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 16$ egyenletnek?
4. Oldjuk meg az alábbi homogén, lineáris, állandó együtthatós másodrendű rekurziót!

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} \quad a_0 = 1, \quad a_1 = 0.$$

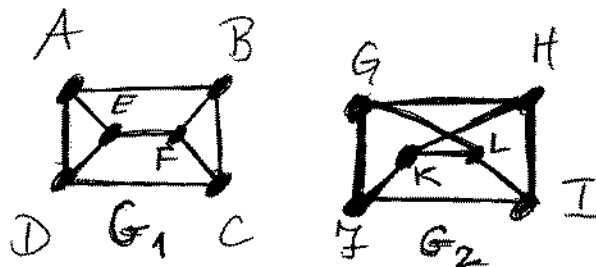
5. A binomiális tétel segítségével részletezzük ki az alábbi kifejezést!

$$(x + y)^6 =$$

6. Van-e az alábbi gráfban Euler- illetve Hamilton kör? Ha igen, adjuk meg őket, ha nem, indokoljuk meg, hogy miért nincs!



7. Állapítsuk meg, izomorf-e az alábbi két gráf! Ha igen, adjunk meg egy f izomorfizmust, ha nem, keressünk olyan invariánst, mellyel nem rendelkezik mindkét gráf!



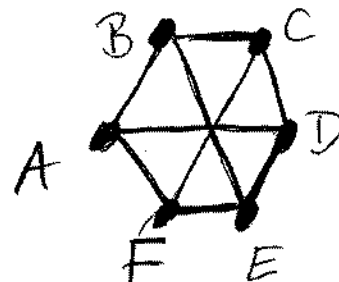
8. Síkbarajzolható-e az alábbi gráf? Ha igen, rajzoljuk le élkereszteződés nélkül, ha nem, indokoljuk meg, hogy miért nem lehet.

ELMÉLETI KÉRDÉSEK

I. Definíciók

Adja meg az alábbi fogalmak pontos meghatározását (5x3 pont)

1. ismétléses permutációk + képlet
2. állandó együtthatójú lineáris k -rendű homogén rekurzív összefüggések
3. gráfok és egyszerű gráfok
4. gráfok összefüggősége és komponensei
5. gráfok síkbateríthetősége



II. Tételek, Állítások

Mondja ki pontosan az alábbi összefüggéseket (5x5 pont)

1. Logikai szitaformula
2. A pénzváltási probléma generátorfüggvénye
3. Euler tétele az Euler-körökről és utakról
4. Összefoglaló tétel fagráfokról
5. Kuratowsky tétele gráfok síkbateríthetőségéről pontdiszjunkt utakkal

Összesen: 80 pont

FELADATOK (8x5 pont)

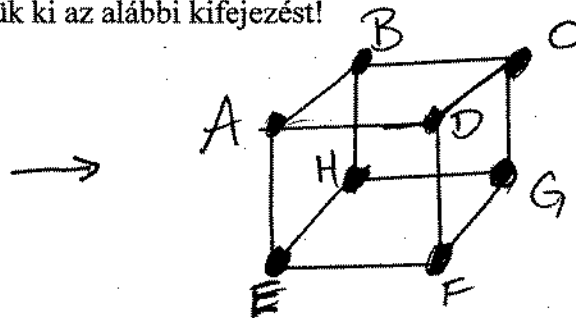
- Hány olyan 1 és 500 közötti egész szám van, amely 2, 3 és 5 közül legalább az egyikkel osztható?
- Az USA 50 államából érkeznek diákok egy egyetemre. Hány hallgatónak kell beiratkoznia hogy biztosan legyen legalább 1 olyan állam, ahonnan legalább 100 hallgató érkezett?
- Hány **pozitív** egész megoldása van az $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \dots + x_{10} = 15$ egyenletnek?
- Oldjuk meg az alábbi homogén, lineáris, állandó együtthatós másodrendű rekurziót!

$$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2} \quad a_0 = 6, \quad a_1 = 8.$$

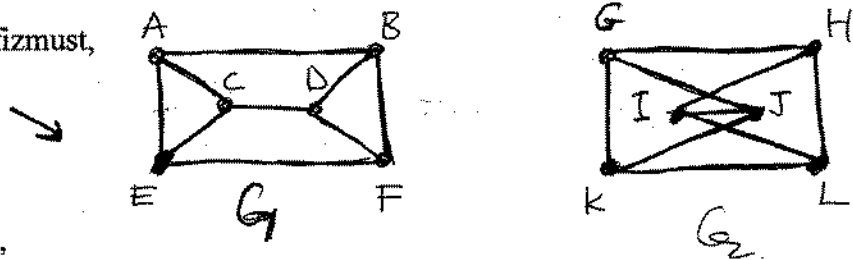
- A binomiális tétel segítségével részletezzük ki az alábbi kifejezést!

$$(a-b)^5 =$$

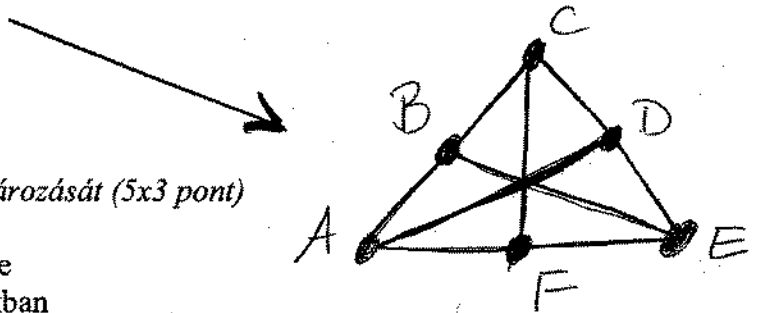
- Van-e az alábbi gráfban Euler- illetve Hamilton kör? Ha igen, adjuk meg őket, ha nem, indokoljuk meg, hogy miért nincs!



- Állapítsuk meg, izomorf-e az alábbi két gráf! Ha igen, adjunk meg egy f izomorfizmust, ha nem, keressünk olyan invariánst, mellyel nem rendelkezik mindkét gráf!



- Síkbarajzolható-e az alábbi gráf? Ha igen, rajzoljuk le élkereszteződés nélkül, ha nem, indokoljuk meg, hogy miért nem lehet.



ELMÉLETI KÉRDÉSEK

I. Definíciók

Adja meg az alábbi fogalmak pontos meghatározását (5x3 pont)

- ismétléses kombinációk + képlet
- Catalan számok rekurzív összefüggése
- Többszörös élek és fokszámok gráfokban
- Euler -utak és -körök
- Gráfok izomorfája

II. Tételek, Állítások

Mondja ki pontosan az alábbi összefüggéseket (5x5 pont)

- Polinomiális tétel
- Racionális törtfüggvény alakú generátorfüggvények által meghatározott lineáris rekurziókról
- Hamilton körök NP-teljességéről
- Gráf adjacencia mátrixának k -edik hatványának elemei
- Euler II. poliédertétele

Név, Neptun kód:

FELADATOK (8x5 pont)

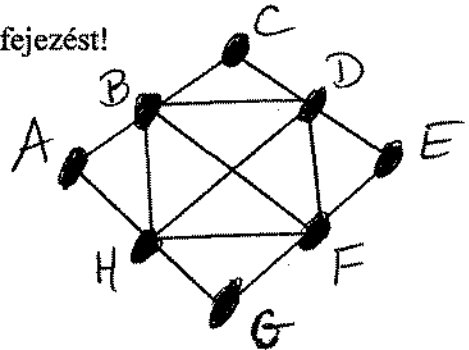
7. Hány olyan 1 és 1000 közötti szám van, amely osztható 7-tel vagy 11-gyel?
8. Egy ládában 4 fajta alma van, minden fajtából egyenlő mennyiségű, összesen 100 darab. Hány almát kell kivenni véletlenszerűen közülük, hogy valamelyik fajtából biztosan legyen 10 alma?
9. Hány **nemnegatív** megoldása van az $x_1 + x_2 + \dots + x_8 = 10$ egyenletnek?
10. Oldjuk meg az alábbi homogén, lineáris, állandó együtthatós másodrendű rekurziót!

$$a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2} \quad a_0 = 1, \quad a_1 = 6.$$

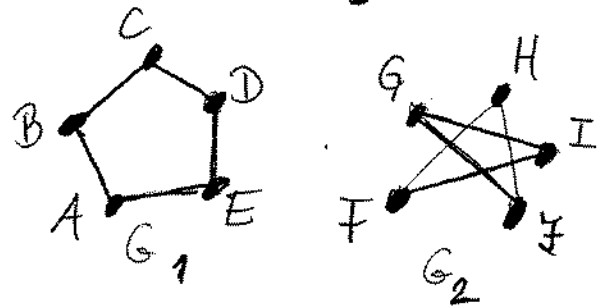
11. A binomiális tétel segítségével részletezzük ki az alábbi kifejezést!

$$(x + y)^7 =$$

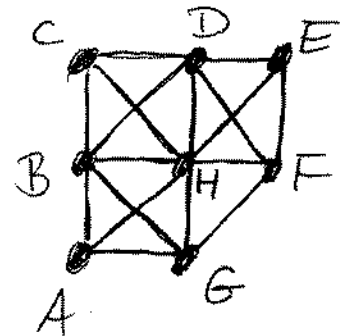
6. Van-e az alábbi gráfban Euler- illetve Hamilton kör? Ha igen, adjuk meg őket, ha nem, indokoljuk meg, hogy miért nincs!



7. Állapítsuk meg, izomorf-e az alábbi két gráf! Ha igen, adjunk meg egy f izomorfizmust, ha nem, keressünk olyan invariánst, mellyel nem rendelkezik mindkét gráf!



8. Síkbarajzolható-e az alábbi gráf? Ha igen, rajzoljuk le élkeresztvezetés nélkül, ha nem, indokoljuk meg, hogy miért nem lehet.

**ELMÉLETI KÉRDÉSEK****I. Definíciók**

Adja meg az alábbi fogalmak pontos meghatározását (5x3 pont)

11. ismétléses variációk + képlet
12. Pénzváltási probléma
13. Utak és körök gráfokban
14. Hamilton -utak és -körök
15. Gráfok kromatikus száma

II. Tételek, Állítások

Mondja ki pontosan az alábbi összefüggéseket (5x5 pont)

11. Binomiális tétel és Newton tétele az $(f(x) \cdot g(x))^n$ deriváltfüggvényről
12. Összefüggés homogén és inhomogén lineáris rekurziók megoldásai között
13. Pósa Lajos tétele Hamilton körökről
14. Öt- és négyszintételek
15. König Dénes tétele kétpólusú gráfok köreiről

Összesen: 80 pont

FELADATOK (8x5 pont)

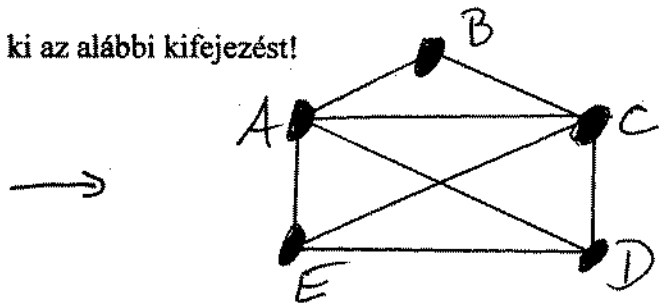
12. Hány olyan 1 és 800 közötti szám van, amely osztható 5-tel vagy 7-tel?
13. Egy zacskóban 80 golyó van: 20 piros, 20 fekete, 20 zöld és 20 sárga. Hány golyót kell véletlenszerűen kihúzni ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük 4 egyforma színű?
14. Hány pozitív megoldása van az $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 20$ egyenletnek?
15. Oldjuk meg az alábbi homogén, lineáris, állandó együtthatós másodrendű rekurziót!

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} \quad a_0 = 2, \quad a_1 = 7.$$

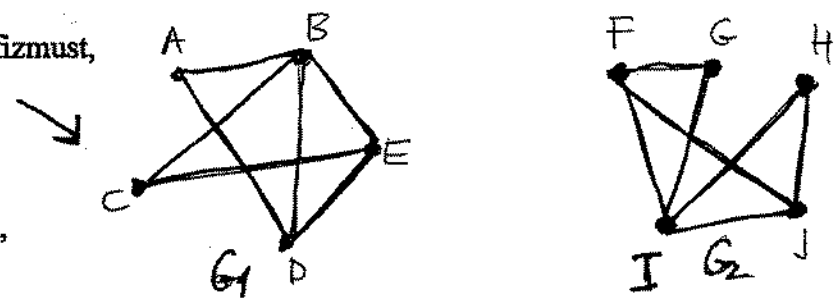
16. A binomiális tétel segítségével részletezzük ki az alábbi kifejezést!

$$(a + 2b)^5 =$$

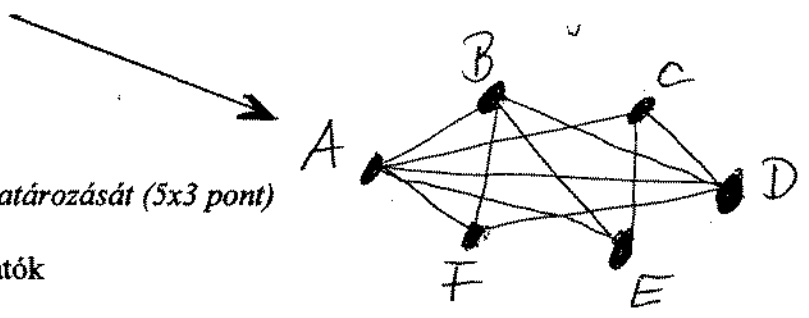
17. Van-e az alábbi gráfban Euler- illetve Hamilton kör? Ha igen, adjuk meg őket, ha nem, indokoljuk meg, hogy miért nincs.



7. Állapítsuk meg, izomorf-e az alábbi két gráf! Ha igen, adjunk meg egy f izomorfizmust, ha nem, keressünk olyan invariánst, mellyel nem rendelkeznek mindkét gráf!



8. Síkbarajzolható-e az alábbi gráf? Ha igen, rajzoljuk le élkereszteződés nélkül, ha nem, indokoljuk meg, hogy miért nem lehet.



ELMÉLETI KÉRDÉSEK

I. Definíciók

Adja meg az alábbi fogalmak pontos meghatározását (5x3 pont)

16. ismétlés nélküli variációk + képlet
17. binomiális és polinomiális együtthatók
18. részgráf és feszített részgráf
19. erdők és fák
20. párosítás tetszőleges gráfokban

II. Tételek, Állítások

Mondja ki pontosan az alábbi összefüggéseket (5x5 pont)

16. rendezett osztályozások (=partíciók) képlete
17. Sperner tétele (extremális halmazrendszerekről)
18. Dirac Gábor tétele Hamilton körökről
19. 2-kromatikus és páros gráfok kapcsolatáról
20. Euler I. poliédertétele