ValZh-mind.doc, 2007.03.17.

GDF zh 2006-11-09

1.) Az áruház liftjei 0,13; 0,21 ill. 0,09 valószínűséggel romlanak el, és rendre az utasok 60%, 16% és 24% -át szállítják.

a) Mi a valószínűsége annak, hogy egy vásárló akadálytalanul feljut az emeletre ?

b) Ha egy vásárló segítséget kér, akkor mekkora valószínűséggel használta a második liftet?

2.) Egy szövetanyagon 10 méterenként átlagosan 6 hiba van, a hibák száma Poisson eloszlást követ. Mennyi a valószínűsége annak,hogy egy 4 méteres szakaszon 3-nál kevesebb hiba van?

3.) A Balaton szeletek névleges töltési tömege 31 gr +/- 6 gr, normális eloszlással. Mekkora valószínűséggel lesz egy szelet tömege legalább 29 gr ?

4.) Állapítsa meg a ξ és η val. változók függetlenségét, együttes és peremeloszlásait, várható értékeiket, kovarienciát, korrelációs együtthatót, és végül mondjon véleményt összefüggésük mértékéről !

$\eta \setminus \xi$	10	20	30	40
-5	2	3	5	7
0	3	5	6	8
5	10	12	14	19

5.) Az alábbi adathalmaz alapján adjon 95% -os megbízhatósági szinten intervallumot az almatermelés változására (szórására), normális eloszlást feltételezve (millió t):

1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
23	24	26	22	25	27	21	20	24	23	29

6.) Az alábbi adathalmazra illesszen egyenest a legkisebb négyzetek módszere alapján, majd rajzolja (vázolja) fel koordinátarendszerben az adatokat és a kapott egyenest:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
x	2.0	3.1	3.9	4.6	5.2	6.1	7.0	7.8	9.0
y	3.1	3.5	4.2	4.8	5.3	5.9	6.5	7.0	7.7

2000. június 13.

MATEMATIKA II. (MA 1244g)

Gazd.+Ifor. I.évf.

A. csoport

ELMÉLETI KÉRDÉSEK

1) Ismertesse a várható érték definícióját, gyakorlati jelentését, tulajdonságait és kiszámítási módját *folytonos* esetben! (8p)

2) Ismertesse a nevezetes *diszkrét* eloszlásokat (definiáló képlet, gyakorlati előfordulás, várható érték és szórás), kapcsolatukat a mintavételekkel és egymással nagyszámú kísérlet esetén. (24p)

3) Ismertesse a legkisebb négyzetek *problémáját* lineáris közelítés esetén! (6p)

FELADATOK

1) A diplomavizsga átlagosan a hallgatók 15% -ának nem sikerül. Mekkora eséllyel lesz elég hét vizsgalehetőség ? (6p)

2) A húszéves férfiak magassága N(190,11cm) normális eloszlású. Mekkora eséllyel találunk közöttük 180 cm -nél magasabb férfiakat ? (6p)

Összesen 50p

B. csoport

ELMÉLETI KÉRDÉSEK

1) Adja meg a *független* és *egymást kizáró* események definícióit, elemi tulajdonságaikat és kapcsolatukat egymással! (10p)

2) Ismertesse a szórás általános definícióját, gyakorlati jelentését, tulajdonságait és kiszámítási módját általánosan (második momentummal) és diszkrét esetben is ! (14p)

3) Ismertesse a nevezetes *folytonos* eloszlásokat (definiáló képlet, gyakorlati előfordulás, várható érték és szórás), kapcsolatukat a binomiális eloszlással nagyszámú kísérlet esetén. (14p)

FELADATOK

1) A [0,1] intervallumon találomra kiválasztott két pont mekkora valószínűséggel lesz 0.3 -nál közelebb egymáshoz? (6p)

2) Ha az izzók átlagos élettartamát 100 órának és élettartamuk eloszlását exponenciálisnak tételezzük fel, akkor mekkora eséllyel használhatjuk a frissen vásárolt égőt legalább 70 óráig? (6p)

Összesen 50p

C. csoport

ELMÉLETI KÉRDÉSEK

1) A valószínűség (*P(A)*) axiómái és elemi tulajdonságai (leglább 5 db). (8p)

2) A valószínűségi változó definíciója, gyakorlati jelentése és főbb típusai. (8p)

3) Binomiális és hipergeometriai eloszlások (definíciók, várható értékük és szórésuk, gyakorlati előfordulásuk; továbbá kapcsolatuk a mintavételekkel, más eloszlásokkal és egymással nagyszámú kísérlet esetén, a nagy számok idevonatkozó tétele [Bernoulli T.]). (22p)

FELADATOK

1) Az év 365 napján ugyanolyan valószínűséggel születnek az emberek. Mennyi a valószínűsége annak, hogy 4 tetszőlegesen kiválasztott ember közül mindenki más napon született ? (6p)

2) A c€R valós paraméter mely értékére lesz az alábbi függvény sűrűségfüggvény ?

$$f(x) := \begin{cases} c - 2x^2 & \text{ha } -4 < x < 4\,, \\ 0 & \text{máskor}\,. \end{cases}$$ (6p)

Összesen 50p

D. csoport

ELMÉLETI KÉRDÉSEK

1) Az események és az eseménytér (Ω) axiómái és elemi tulajdonságai (legalább 5 db). (8p)

2) Ismertesse a várható érték és a szórás definícióját és alaptulajdonságait! (10p)

3) A nagy számok törvényei és gyakorlati jelentésük (Markov, Csebisev, Bernoulli, Gyenge és Centrális). (20p)

FELADATOK

1) Hány olyan hatjegyű szám van, amelyben minden számjegy különböző és a második számjegy kettes ? (6p)

2) A koordinátasíkon a [0,1]x[0,1] egységnégyzetben találomra kiválasztunk egy pontot. Mi a valószínűsége annak, hogy a pont koordinátáinak különbsége legalább $^1/_2$? (6p)

Összesen 50p

E. csoport

ELMÉLETI KÉRDÉSEK

1) Az események és az eseménytér (Ω) axiómái és elemi tulajdonságai (leglább 5). (8p)

2) A valószínűségi változó definíciója, gyakorlati jelentése és főbb típusai. (8p)

3) Binomiális és hipergeometriai eloszlások (definíciók, várható értékük és szórásuk, gyakorlati előfordulásuk; továbbá kapcsolatuk a mintavételekkel, más eloszlásokkal és egymással nagyszámú kísérlet esetén, a nagy számok idevonatkozó tétele [Bernoulli T.]). (22p)

FELADATOK

1) Az év 365 napján ugyanolyan valószínűséggel születnek az emberek. Mennyi a valószínűsége annak, hogy 4 tetszőlegesen kiválasztott ember közül mindenki más napon született ? (6p)

2) A d€R valós paraméter mely értékére lesz az alábbi függvény sűrűségfüggvény ?

$$f(x) := \begin{cases} d - 2/x & \text{ha } 4 < x < 8\,, \\ 0 & \text{máskor}\,. \end{cases}$$ (6p)

Összesen 50p

F. csoport

ELMÉLETI KÉRDÉSEK

1) A valószínűség ($P(A)$) axiómái és elemi tulajdonságai (legalább 5 db). (8p)

2) Ismertesse a várható érték és a szórás definícióját és alaptulajdonságait! (10p)

3) A nagy számok törvényei és gyakorlati jelentésük (Markov, Csebisev, Bernoulli, Gyenge és Centrális) . (20p)

FELADATOK

1) Hány olyan hatjegyű szám van, amelyben minden számjegy különböző és a második számjegy kettes ? (6p)

2) A koordinátasíkon a [0,1]x[0,1] egységnégyzetben találomra kiválasztunk egy pontot. Mi a valószínűsége annak, hogy a pont koordinátáinak különbsége legalább 1/2 ? (6p)

Összesen 50p

2000. június 05.

Ifor.+Gazd.I.évf.

Matematika II.

U. csoport

Elméleti kérdések

1) A valószínűség ($P(A)$) axiómái és elemi tulajdonságai (legalább 5 db) (8p)

2) Ismertesse az eloszlás- és sűrűségfüggvények axiómáit (alaptulajdonságait) és felhasználását a valószínűség (P) kiszámításában (ún."tipikus kérdések"). (6+8 p)

3) Ismertesse a **normális eloszlás** definícióját (képleteit és vázlatos ábráit), számolását a standard eloszlás (φ) és a táblázat segítségével (negatív értékekre), gyakorlati előfordulásait (általános példák), a többi eloszlással való kapcsolatát (Moivre-Laplace tétel), valamint a Nagy számok idevonatkozó tételét (Központi határeloszlás tétele) ! (14 p)

Feladatok

1) Adja meg a 95 -ös lottón kihúzott legkisebb számok *eloszlását* ! (5p)

2) A [0,1] intervallumon találomra kiválasztva egy számot mekkora valószínűséggel lesz a második számjegye 3 ? (4 p)

3) Egy városban a lakosság fele férfi fele nő, járvány esetén a nők 30% míg a férfiak 20% eséllyel betegszenek meg. A kórházban levő betegek hány % -a férfi ? (5p)

Összesen: 50 p

V. csoport

Elméleti kérdések

1) Az események és az eseménytér (Ω) axiómái és elemi tulajdonságai (legalább 5 db) (8p)

2) Ismertesse a várható érték és a szórás definícióit és kiszámítási képleteit, tulajdonságait és gyakorlati jelentéseit ! (14 p)

3) Ismertesse a Bernoulli eloszlást, kapcsolatait a többi (legalább két) eloszlással és mintavételekkel, valamint a nagy számok idevonatkozó tételét (Bernoulli T.)! (14 p)

Feladatok

1) Jelölje A azt az eseményt hogy a *meleg*, míg B azt hogy *hideg* csapot nyitottuk meg.

a) Mit jelent A+B illetve AB ?

b) Írja le A és B közötti műveletekkel azt, hogy "*tűzforró*" illetve "*megtelt a kád*" ! (4p)

2) Egy mérés lehetséges értékei 0, 2, 3, 7, egyenletes eloszlással. Ábrázoljuk eloszlás- és sűrűségfüggvényét (hisztogram), valamint számítsuk ki várható értékét és szórását ! (5p)

3) Egy 1000 palack készítésére elegendő üvegmasszában 300 kavics volt. Mi a valószínűsége annak, hogy egy találomra kiválasztott üvegben legalább 2 kavics van? (5p)

Összesen: 50 p

2000.május 2.
Ifor.+Gazd.I.évf.ZH
Matematika II.

U. csoport

1) Egy társaságban 5 fiú és 7 leány van. Hányféleképpen alakíthatunk ki 5 egyszerre táncoló párt ? (4p)

2) Magyar kártyából visszatevés nélkül húzunk két lapot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az egyik lap piros, a másik nem? (6p)

3) A [0,10] intervallumról választunk két pontot egymástól függetlenül egyenletes eloszlással (a geometriai valószínűség szerint). Mennyi a valószínűsége annak, hogy az így keletkezett három szakasz mindegyike legalább 2 hosszúságú ? (8p)

4) Az áruház liftjei 0.1; 0.15 ill. 0.07 valószínűséggel romlanak el, és rendre az utasok 63%, 13% és 24% -át szállítják.

a) Mi a valószínűsége annak, hogy egy vásárló akadálytalanul feljut az emeletre ?

b) Az emeleten tartózkodó vásárló mekkora valószínűséggel használta a 2. liftet? (4+4p)

5) Egy 1000 darabos áruszállítmányban 1,5% hibás áru van. Visszatevés nélkül választunk ki 5-öt, jelölje X a selejtes áruk számát. Adja meg X eloszlását és rajzolja fel az oszlop-diagramot (hisztogram) és X eloszlásfüggvényét ! (10p)

6) Augusztusban az egy óra alatt megfigyelt hullócsillagok száma átlagosan 11, Poisson eloszlást követ. Mennyi a valószínűsége annak, hogy 15 perc alatt legfeljebb 2 hullócsillagot látunk ? (7p)

7) A valódi és a megjósolt hőmérséklet *eltérése* normális eloszlást követ (-2,4) paraméterek-kel. Ha a meteorológus " 22C " -t jósol, akkor mekkora valószínűséggel lesz a holnapi hő-mérséklet 20 és 24 C között ? (7p)

V. csoport

1) Egy futballcsapat 16 játékosból áll, közülük 2 a kapus. Hányféleképpen lehet közülük egy 11 tagú csapatot (1 kapus és 10 másik játékos) felállítani? (4 p)

2) 193 egyforma golyó bármelyikét véletlenszerűen tesszük 193 különböző doboz bármelyi-kébe (egy dobozba több vagy egy sem is kerülhet). Mennyi a valószínűsége annak, hogy minden dobozba kerül golyó ? (6p)

3) A [0,1] intervallumról választunk két pontot egymástól függetlenül egyenletes eloszlással (a geometriai valószínűség szerint). Mennyi a valószínűsége annak, hogy közelebb vannak egymáshoz mint bármelyik végponthoz (azaz a középső szakasz kisebb mint bármelyik szélső) ? (8p)

4) Egy patkány négy labirintus bármelyikébe egyenlő eséllyel fut be. Annak a valószínűsége, hogy 3 perc alatt kijut belőlük, rendre 0,6; 0,3; 0,2 és 0,1 .

a) Mekkora valószínűséggel bukkan ki 3 perc múlva ?

b) Ha még nem bújt ki, mi a valószínűsége annak, hogy a negyedikben rekedt? (4+4p)

5) Egy 5000 darabos áruszállítmányban 2% hibás áru van. Visszatevéssel választunk ki 5-öt, jelölje ξ a selejtes áruk számát. Adja meg ξ eloszlását és rajzolja fel az oszlopdiagramot (hisztogram) és ξ eloszlásfüggvényét ! (10p)

6) Egy szövetanyagon 10 méterenként átlagosan 6 hiba van, a hibák száma Poisson eloszlást követ. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy 4m szakaszon 3-nál kevesebb hiba van? (7p)

7) A Balaton szeletek névleges töltési tömege 33gr $\pm$ 6gr, normális eloszlással. Mekkora valószínűséggel lesz egy szelet tömege kisebb mint 29gr ? (7p)

2000-04-29.

GDMF Matematika 4.

U. csoport

1. Egy kísérletnél azt tapasztalták, hogy annak az esélye, hogy egy állat vírusfertőzésben megbetegszik 0,1. Melyik eseménynek nagyobb a valószínűsége: 20 állatból legfeljebb 2 betegszik meg, vagy 10 állatból legfeljebb 1 betegszik meg, ha az állatok egymástól függetlenül betegszenek meg?
2. Az áruház liftjei 0,1; 0,15 illetve 0,07 valószínűséggel romlanak el, rendre az utasok 63%, 13% és 24%-át szállítják.
   a.) Mi a valószínűsége, hogy egy vásárló akadálytalanul feljut az emeletre?
   b.) Az emeleten tartózkodó vásárló mekkora valószínűséggel használta az első liftet?
3. Egy normális eloszlású valószínűségi változó várható értéke 5. Mekkora a szórás, ha annak a valószínűsége, hogy a valószínűségi változó 2-nél kisebb értéket vesz fel 0,35 ?
4. ξ és η együttes eloszlása:

ξ \ η	2	4
2	1/4	1/3
3	1/6	¼

Adjuk meg a peremeloszlásokat, az együttes várható értéket és a korrelációs együtthatót. Mit mondhatunk ξ és η kapcsolatáról?

5. Egy normális valószínűségi változó szórása 1.23 . Becsüljük meg azt az intervallumot, amelybe várható értéke 90% biztonsággal esik, az alábbi mérési adathalmaz alapján: 2.4, 3.5, 2.2, 2.5, 1.9, 2.2, 2.2, 2.5, 2.9, 2.4, 3.0 .

V. csoport

1. Egy hallgató két helyre adja be pályázatát nyári szakmai gyakorlat kapcsán.Mindegyik helyen 0,6 valószínűséggel fogadják el egymástól függetlenül, és 0,4 valószínűséggel utasítják el. Mennyi az esélye, hogy legalább az egyik helyen elfogadják pályázatát?
2. Négy termelőtől szállítják az almát 1/10; 1/4; 2/5; illetve 5/20 részét, melyeknek rendre 40%; 50%; 20%; illetve 90%-a hibátlan.
   a.) Mekkora valószínűséggel kapok jó almát?
   b.) Ha ütődöttet kapok, mekkora valószínűséggel származik az első termelőtől?
3. Valamely szolgáltató vállalathoz a naponta beérkező megrendelések száma normális eloszlású valószínűségi változónak tekinthető σ=10 szórással. Mekkora a várható érték, ha tudjuk, hogy annak az esélye, hogy 20-nál kevesebb megrendelés érkezik 0,1.
4. Ha az izzók élettartamát 100 órának, míg eloszlásukat exponenciálisnak tételezzük fel, akkor mekkora valószínűséggel használhatjuk a frissen vásárolt égőt legalább 70 óráig?
5. Egy normális valószínűségi változó szórása ismeretlen. Becsüljük meg azt az intervallumot, amelybe várható értéke 90% biztonsággal esik az alábbi mérési adathalmaz alapján: 2.4, 3.5, 2.2, 2.5, 1.9, 2.2, 2.2, 2.5, 2.9, 2.4, 3.0.

W. csoport

1. Esténként hazatérve Arisztid 0,35 valószínűséggel tudja a kulcsot a zárba illeszteni, egymás utáni próbálkozásai egymástól függetlenek. Mi a valószínűsége annak, hogy a szükséges próbálkozások száma 3 és 5 között van?
2. Egy patkány öt labirintus bármelyikébe egyenlő eséllyel fut be. Annak a valószínűsége, hogy 3 perc alatt kijut belőlük, rendre 0,6; 0,3; 0,2; 0,1 és 0,1.
   a.) Mekkora valószínűséggel bukkan ki 3 perc múlva ?
   b.) Ha még nem bújt ki, mi a valószínűsége, hogy a negyedikben rekedt ?
3. A tapasztalat szerint a kenyérgyárban gyártott 1 kg-os kenyér tömege normális eloszlású valószínűségi változó 100 dkg várható értékkel. Mekkora a szórás, ha a kenyerek 99%-os eséllyel 102 dkg-nál könnyebbek?

4. Két valószínűségi változó együttes eloszlását az alábbi táblázatban adtuk meg:

Mekkora P(ξ≤0) valószínűség?
Mekkora P(η≤0) valószínűség?
Mekkora P(ξ≤0 , η≤0) valószínűség?
Számítsuk ki Cov(ξ,η) értékét!
Független-e ξ és η egymástól?

ξ \ η	-1	0	1
-1	1/60	1/20	1/10
1	1/12	1/4	1/2

5. Két normális valószínűségi változó szórása megegyezik. Döntsük el várható értékeik megegyezésének kérdését 90% -os biztonsággal az alábbi mérési adathalmazok alapján: 2.4, 3.5, 2.2, 2.5, 1.9, 2.2, 2.2 és 2.5, 2.9, 2.4, 3.0, 1.9, 2.2, 2.6 .

VV. csoport

1. A "*fabatka*" pénzérme $p = \frac{3+\sqrt{3}}{6}$ valószínűséggel fej, míg *1-p* valószínűséggel írás.
   a.) Az érmét háromszor feldobva mekkora valószínűséggel lesz a három dobás azonos (csak 3 fej *vagy* csak 3 írás) ?
   b.) Kétszer feldobva mekkora valószínűséggel kapunk 1-fej *és* -1-írást ? (Sorrend nem számít!)
2. A fiókok méretei alapján reggelente (álmosan) 50%, 32% és 18% eséllyel húzok ki zoknit a saját, feleségem ill. fiam fiókjából, melyekben átlagosan 90%, 73% ill. 14% a rám méretes pár.
   a) mekkora valószínűséggel nem késem el munkahelyemről (azaz a zokni jó)?
   b) ha nem jön fel, akkor mekkora eséllyel húztam a fiam fiókjából ?
3. A valódi és a megjósolt hőmérséklet *eltérése* (^{o}C) N(-2,5) eloszlást alkot. Ha a meteorológus 21^{o}C-ot jósol, mekkora valószínűséggel lesz a holnapi hőmérséklet 18^{o}C és 26^{o}C között?
4. Annak az esélye, hogy egy benzinkútnál a tankolásra 6 percnél többet kell várni 0,3. Adjuk meg azt az időt, amin belül 0,9 eséllyel sorra kerülünk, ha a várakozási időt *exponenciális* eloszlású valószínűségi változónak tekintjük!
5. Döntsük el 90%-os biztonsággal két normális valószínűségi változó szórásának megegyezését az alábbi mérési adathalmazok alapján: 2.4, 3.5, 2.2, 2.5, 1.9, 2.2, 2.2 és 2.5, 2.9, 2.4, 3.0, 1.9, 2.2, 2.6 .

1998.06.11. **U csoport**

1. Egy hallgató két helyre adja be pályázatát, ahol egymástól függetlenül 0,4 - 0,4 valószí-nűséggel utasítják el. Mennyi az esélye, hogy legalább az egyik pályázatát elfogadják?
2. Legyen ξ értéke a lottón kihúzott 5 szám közül a legkisebb. Adjuk meg ξ eloszlását, várható értékét és szórását!
3. A húszéves férfiak magassága N(180,10) (cm) normális eloszlású. Mekkora valószínűséggel találunk köztük 170 cm-nél alacsonyabb férfiakat?

V csoport

1. Az x vírussal fertőzött állatok 10 %-a betegszik meg. Melyik eseménynek nagyobb a valószínűsége: 20 állatból legfeljebb 2 betegszik meg, vagy 10 állatból legfeljebb 1 betegszik meg, ha az állatok egymástól függetlenül betegszenek meg?
2. A [2,7] intervallumon egyenlő valószínűséggel kiválasztva két pontot mekkora valószí-nűséggel lesz a két pont 0,7-nél közelebb egymáshoz?
3. Ha az izzók élettartamát 100 órának, míg eloszlásukat exponenciálisnak tételezzük fel, akkor mekkora valószínűséggel használhatjuk a frissen vásárolt égőt legalább 70 óráig?

1998.06.04. **U csoport**

1. Egy hallgató két helyre adja be pályázatát, ahol egymástól függetlenül 0,4 - 0,4 valószínűséggel utasítják el. Mennyi az esélye, hogy legalább az egyik pályázatát elfogadják?
2. ξ és η együttes eloszlása:
   Adjuk meg a peremeloszlásokat, az együttes várható értéket és a korrelációs együtthatót. Mit mondhatunk ξ és η kapcsolatáról?

ξ \ η	2	4
2	1/4	1/3
3	1/6	1/4

3. Rajzoljuk fel a sűrűséghisztogramot és a közelítő empirikus eloszlásfüggvényt az alábbi méréshalmaz alapján, az osztályközt/szélességet δ=5-nek választva!
   0,7; 3,4; 5,6; 4,2; 7,3; 2,-; 12; 7,6; 9,2; 11,3; 19,2; 6,7;
   13,6; 9,4; 14; 2,1; 8,7; 13,-; 6,6.
   Számítsuk ki a közelítő empirikus várható értéket és a korrigált szórásnégyzetet is!

1998.05.28. **U csoport**

1. Esténként hazatérve Arisztid 0,35 valószínűséggel tudja a kulcsot a zárba illeszteni, egymás utáni próbálkozásai egymástól függetlenek. Mi a valószínűsége annak, hogy a szükséges próbálkozások száma 3 és 5 között van?
2. Mely $A \in R$ valós paraméter esetén lesz az alábbi *f(x)* függvény sűrűségfüggvény? Számítsa ki az általa megadott eloszlás várható értékét is!

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{A}{\sqrt{x}} & \text{ha } 1 \le x \le 4 \\ 0 & \text{máskor} \end{cases}$$

V csoport

1. Az 5-fabatkás pénzérme $p = \dfrac{3+\sqrt{3}}{6}$ valószínűséggel fej, míg 1-p valószínűséggel írás.
   a.) Az érmét háromszor feldobva mekkora valószínűséggel lesz a három dobás azonos (csak 3 fej vagy csak 3 írás) ?
   b.) Kétszer feldobva mekkora valószínűséggel kapunk 1-fej -1-írást ? (Sorrend nem számít!)
2. Az x vírussal fertőzött állatok 10 %-a betegszik meg. Melyik eseménynek nagyobb a valószínűsége: 20 állatból legfeljebb 2 betegszik meg, vagy 10 állatból legfeljebb 1 betegszik meg, ha az állatok egymástól függetlenül betegszenek meg?
3. Ellenőrizze, hogy az alábbi függvény valóban eloszlásfüggvény:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \le 1 \\ \dfrac{x-1}{x+1} & \text{ha } x > 1 \end{cases}$$

   Az f által meghatározott valószínűségi változó mekkora valószínűséggel esik 2 és 5 közé? (Segítség: $\dfrac{x-1}{x+1} = 1 - \dfrac{2}{x+1}$).
4. A valódi és a megjósolt hőmérséklet eltérése (^{o}C) N(-2,5) eloszlást alkot. Ha a meteorológus 21^{o}C-ot jósol, mekkora valószínűséggel lesz a holnapi hőmérséklet 18^{o}C és 26^{o}C között?

1998.05.21.

1. Az 5-fabatkás pénzérme $p = \frac{3+\sqrt{3}}{6}$ valószínűséggel fej, míg 1-p valószínűséggel írás.
   a.) Az érmét háromszor feldobva mekkora valószínűséggel lesz a három dobás azonos (csak 3 fej vagy csak 3 írás) ?
   b.) Kétszer feldobva mekkora valószínűséggel kapunk 1-fej -1-írást ? (Sorrend nem számít!)
2. ξ és η együttes eloszlása:
   Adjuk meg a peremeloszlásokat, az együttes várható értéket és a korrelációs együtthatót. Mit mondhatunk ξ és η kapcsolatáról?

ξ \ η	2	4
2	1/4	1/3
3	1/6	1/4

3. Rajzoljuk fel a sűrűséghisztogramot és a közelítő empirikus eloszlásfüggvényt az alábbi méréshalmaz alapján, az osztályközt/szélességet δ=5-nek választva!
   0,7; 3,4; 5,6; 4,2; 7,3; 2,-; 12; 7,6; 9,2; 11,3; 19,2; 6,7; 13,6; 9,4; 14; 2,1; 8,7; 13,-; 6,6.
   Számítsuk ki a közelítő empirikus várható értéket és a korrigált szórásnégyzetet is!
4. A valódi és a megjósolt hőmérséklet *eltérése* (^{o}C) N(-2,5) eloszlást alkot. Ha a meteo-rológus 21^{o}C-ot jósol, mekkora valószínűséggel lesz a holnapi hőmérséklet 18^{o}C és 26^{o}C között?

1998.04.15. **A csoport**

1. Hány olyan hatjegyű szám van, amelyben minden számjegy különböző, és a második számjegy kettes?
2. Magyar kártyából visszatevés nélkül húzunk két lapot.Mennyi a valószínűsége,hogy egyik piros a másik nem?
3. [0,3] intervallumból tetszőlegesen választva két pontot, mi a valószínűsége annak, hogy különbségük legfeljebb 1,5 ?
4. Négy termelőtől szállítják az almát 1/10; 1/4; 2/5; illetve 5/20 részét, melyeknek rendre 40%; 50%; 20%; illetve 90%-a hibátlan.
   a.) Mekkora valószínűséggel kapok jó almát?
   b.) Ha ütődöttet kapok, mekkora valószínűséggel származik az első termelőtől?
5. Egy anyagon 10 méterenként átlagosan 5 hiba van. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy 40 m-es szakaszon nincs hiba?
6. Mely $C \in R$ valós paraméter esetén lesz az alábbi *f(x)* függvény sűrűségfüggvény? Számítsa ki ξ várható értékét is!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{C}{x} & \text{ha } 2 \le x \le 4 \\ 0 & \text{máskor} \end{cases}$$

7. A valódi és a megjósolt hőmérséklet eltérése (^{o}C) N(-2,5) eloszlást alkot. Ha a meteo-rológus 21^{o}C-ot jósol, mekkora valószínűséggel lesz a holnapi hőmérséklet 18^{o}C és 26^{o}C között?

B csoport

1. Hányféleképpen lehet sorbaállítani 10 fiút és 16 leányt úgy, hogy a leányok elöl legyenek?

2. 193 golyó bármelyikét véletlenszerűen tesszük 193 doboz bármelyikébe, egy dobozba több (vagy egy sem) kerülhet. Mennyi a valószínűsége, hogy minden dobozba kerül golyó ?
3 [0,5] intervallumban véletlenszerűen választva két pontot, mi a valószínűsége annak, hogy egyik kétszereséhez másik háromszorosát adva legfeljebb 5-öt kapunk ?
4. Egy patkány öt labirintus bármelyikébe egyenlő eséllyel fut be. Annak a valószínűsége, hogy 3 perc alatt kijut belőlük, rendre 0,6; 0,3; 0,2; 0,1 és 0,1.
   a.) Mekkora valószínűséggel bukkan ki 3 perc múlva ?
   b.) Ha még nem bújt ki, mi a valószínűsége, hogy a negyedikben rekedt ?
5. Egy 1 kg-os húsvéti kalácsba 50 szem mazsolát tettünk, majd 10 dkg-os szeletekre vágtuk. Mi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott szeletben 7 szem mazsola van ?
6. A $C \in R$ paraméter mely értékére lesz az alábbi függvény sűrűségfüggvény? Számítsa ki várható értékét is!

$$f(x) = \begin{cases} C - 2x^2 & \text{ha } -4 \le x \le 4 \\ 0 & \text{máskor} \end{cases}$$

7. A kristálycukor töltési tömegét (gr) N(1000,18) eloszlásnak feltételezve mekkora valószínűséggel lesz a zacskó 996 gr -nál kisebb?

1998.04.14./ A.

1. Egy társaságban 5 fiú és 7 lány van. Hányféleképpen alakíthatunk ki 5 egyszerre táncoló párt?
2. Magyar kártyából visszatevés nélkül kivettünk 6 lapot. Mennyi a valószínűsége, hogy van közöttük zöld?
3. [0,4] intervallumon tetszőlegesen választva két számot mi a valószínűsége annak, hogy *négyzetösszegük* legalább 4 ?
4. Az áruház liftjei 0,1; 0,15 illetve 0,07 valószínűséggel romlanak el, rendre az utasok 63%, 13% és 24% -át szállítják.
   a.) Mi a valószínűsége, hogy egy vásárló akadálytalanul feljut az emeletre?
   b.) Az emeleten tartózkodó vásárló mekkora valószínűséggel használta az első liftet?
5. 1000 darabos áruszállítmányban 1,5% hibás áru van. Visszatevés nélkül választunk 7-et, jelölje ξ a selejtes áruk számát. Adja meg ξ eloszlását és rajzolja fel a vonaldiagramot (hisztogramot), valamint eloszlásfüggvényét!
6. Mely $A \in R$ valós paraméter esetén lesz az alábbi *f(x)* függvény sűrűségfüggvény? Számítsa ki várható értékét is!

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{A}{\sqrt{x}} & \text{ha } 1 \le x \le 4 \\ 0 & \text{máskor} \end{cases}$$

7 Egy mérés végeredménye N(13,7) eloszlást követ. Mekkora valószínűséggel lesz a mérés legalább 8 ?

B csoport

1 Egy futballcspat 16 játékosból áll, köztük 2 a kapus. Hányféleképpen lehet egy csapatot felállítani?
2 365 nap mindegyikén ugyanolyan valószínűséggel születnek emberek. Mennyi a valószínűsége, hogy 4 ember közül mindenki más napon született?
3 [-2,2] intervallumon tetszőlegesen választva két pontot, mi a valószínűsége annak, hogy összegük legalább 1/2 ?

4 Az ABC-be szállított tejek 50%, 30% illetve 20%-át szállítják a három vállalattól. A vállalatok rendre 5%, 10% illetve 15% gyakorisággal szállítanak csöpögős zacskókat.
a.) Mekkora eséllyel kapunk hibátlan zacskót?
b.) Pénztárnál észrevesszük, hogy csöpög. Mekkora valószínűséggel választottuk az első gyár termékét?

5 Két kockával addig dobunk, amíg legalább az egyiken nem lesz hatos, legyen ξ a szükséges dobások száma. Mekkora valószínűséggel lesz elegendő ehhez legfeljebb 4 dobás? Adja meg ξ eloszlását, várható értékét és szórását!

6. Mely $A \in R$ valós paraméter esetén lesz az alábbi *f(x)* függvény sűrűségfüggvény? Számítsa ki várható értékét is!

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x^2}{2} + Ax & \text{ha } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \text{máskor} \end{cases}$$

7. Balaton szeletek súlya (gr) N(33,6) eloszlást takar. Mekkora valószínűséggel lesz egy szelet súlya kisebb mint 30gr ?

1997.06.30.

1. Egy orsózógépen a fonalszakadások száma Poisson eloszlást követ. 48 óra alatt átlagosan 18 fonalszakadás történik. Mekkora a valószínűsége, hogy 8 órás munkaidő alatt a fonalszakadások száma nem haladja meg az erre az időre eső várható fonalszakadás számot?
2. A tapasztalat szerint a kenyérgyárban gyártott 1 kg-os kenyér tömege normális eloszlású valószínűségi változó 100 dkg várható értékkel. Mekkora a szórás, ha a kenyerek 99%-os eséllyel 102 dkg-nál könnyebbek?
3. Kétszer feldobunk egy szabályos pénzérmét. Legyen ξ a dobott fejek száma. Adjuk meg ξ eloszlását, rajzoljuk fel az eloszlásfüggvényét, számítsuk ki a várható értékét, szórását, móduszát, mediánját.
4. Egy hallgató két helyre adja be pályázatát nyári szakmai gyakorlat kapcsán.Mindegyik helyen 0,6 valószínűséggel fogadják el egymástól függetlenül, és 0,4 valószínűséggel utasítják el. Mennyi az esélye, hogy legalább az egyik helyen elfogadják pályázatát?
5. Egy a [2,b] intervallumon folytonos egyenletes eloszlású valószínűségi változó várható értéke 5. Mekkora b? Mekkora eséllyel vesz fel a valószínűségi változó 5 és 6 közötti értéket ?

1997.06.09.

1. Tegyük fel. hogy minden héten a beérkezett érvényes lottószelvények száma 2 millió. Mennyi az esélye, hogy 20 héten át egymás után nincs öttalálatos lottószelvény ?
2. Egy kísérletnél azt tapasztalták, hogy annak az esélye, hogy egy állat vírusfertőzésben megbetegszik 0,1. Melyik eseménynek nagyobb a valószínűsége: 20 állatból legfeljebb 2 betegszik meg, vagy 10 állatból legfeljebb 1 betegszik meg, ha az állatok egymástól függetlenül betegszenek meg?
3. Egy normális eloszlású valószínűségi változó várható értéke 5. Mekkora a szórás, ha annak a valószínűsége, hogy a valószínűségi változó 2-nél kisebb értéket vesz fel 0,35 ?
4. Két kockával gurítunk. Legyen ξ az a szám, ahány egyest dobtunk. Adjuk meg ξ eloszlását, rajzoljuk fel az eloszlásfüggvényét, számoljuk ki várható értékét, szórását és móduszát!
5. Bizonyítsa be, hogy az alábbi függvény eloszlásfüggvény!

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \le 1 \\ \dfrac{x-1}{x+1} & \text{ha } x > 1 \end{cases}$$

Az F által meghatározott valószínűségi változó mekkora valószínűséggel esik 2 és 5 közé? (Segítség: $\frac{x-1}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$).

1997.06.16.

1. 32 lapos magyar kártyából visszatevés nélkül választunk 4 lapot. Mennyi az esélye, hogy köztük lesz a piros ász?
2. Valamely alkatrész gyártásával 4 gép foglalkozik. Az első naponta 200, a második naponta 320, a harmadik 270, a negyedik 210 alkatrészt gyárt. A megfelelő selejtarányok rendre: 2%, 5%, 3% és 1%. A napi termelést egy helyen gyűjtik. A napi termelésből egyet véletlenszerűen kivéve azt megvizsgáljuk és jónak találjuk. Mennyi az esélye, hogy a 4. gép gyártotta?
3. Két valószínűségi változó együttes eloszlását az alábbi táblázatban adtuk meg:

η / ξ	-1	0	1
-1	1/60	1/20	1/10
1	1/12	¼	1/2

Mekkora a $P(\xi \leq 0)$ valószínűség?
Mekkora a $P(\eta \leq 0)$ valószínűség?
Mekkora a $P(\xi \leq 0, \eta \leq 0)$ valószínűség?
Számítsuk ki $Cov(\xi, \eta)$ értékét!
Független-e ξ és η egymástól?

4. Valamely szolgáltató vállalathoz a naponta beérkező megrendelések száma normális eloszlású valószínűségi változónak tekinthető $\sigma=10$ szórással. Mekkora a várható érték, ha tudjuk, hogy annak az esélye, hogy 20-nál kevesebb megrendelés érkezik 0,1.
5. Annak az esélye, hogy egy benzinkútnál a tankolásra 6 percnél többet kell várni 0,3. Adjuk meg azt az időt, amin belül 0,9 eséllyel sorra kerülünk, ha a várakozási időt exponenciális eloszlású valószínűségi változónak tekintjük!

eof