

Logaritmus, avagy a gyors szorzási módszerek fejlődése

Quarter square – négyzetek negyede: $a \cdot b = \left\lfloor \frac{(a+b)^2}{4} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{(a-b)^2}{4} \right\rfloor$.

Elég csak a négyzetek negyedeit ismerni jó sokáig (vagy ezek egészrészét is elég), a szorzás összeadásra és kivonásra redukálódik. Állítólag a babilóniaiak már ismerték i. e. 2000-1600 között.

Prosztaferézis: $\cos a \cdot \cos b = \frac{\cos(a+b) - \cos(a-b)}{2}$

Ihletés: asztronómia, navigáció => gömbgeometria => trigonometrikus azonosságok.

Több forrásnak tulajdonítják (Werner legfőképp, de Bürgi is használta).

Lényeg: szorzandók beskalázása -1 és 1 közé, inverz koszinusz, összeadás és kivonás, koszinusz, és a kapott értékek átlaga a megoldás. Elég egy koszinusz-táblázat az alkalmazásához.

További ötletek lényege: két sorozatot írunk egymás alá. A felső mértani, az alsó számtani. Hogyan szorzunk két számot a felső sorozatban? Megnézzük az alsó számokat, összeadás/kivonás, és az eredmény feletti szám a megoldás.

Michael Stiefel (1487-1567): német szerzetes és matematikus.

Nála a felső sorozat: kettő hatványok; alsó sorozat: egész számok. Érdekesség: negatív irányba is tartott a sorozat.

Nem fejtette ki az ötletet részletesen.

Jost Bürgi (1552-1632): svájci órászmester, mérnök, feltaláló, matematikus.

Ihletés: a prosztaferézis alapján, antilogaritmus tábla (a kiadással viszont elkésett, így Napier nevéhez kötődik az első ilyen). Az ötletet a kamatos kamat képlete adta, ahol n évre előre kiszámolták a szorzót.

Felső sorozat: $\left(1 + \frac{q}{100}\right)^n$, konkrétan $q = 0.1$ paraméterrel, alsó sorozat: $10n$.

John Napier (1550-1617): skót földbirtokos, matematikus, orvos, asztronómus.

Az első kiadott „logaritmustábla” köthető a nevéhez.

Ötlete: pontok mozgása két egyenesen: az alsó egyenletesen megy, a felső viszont egy célponthoz közelít, sebessége arányos a célponttól való távolsággal, így az alsó pont által megtett út adja az alsó sorozatot (számtani), a felső pont által a célpontig *hátralévő* út adja a felső sorozatot (mértani).

Felső sorozat: $10^7 \left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^n$, alsó sorozat: n .

Meg tudta mondani minden 5 és tízmillió közötti számra, mekkora n után találjuk meg a felső sorozatban. 14 tizedesjegy pontos táblázatot csinált, de ebben húszévnnyi munkája volt.

Henry Briggs (1571-1630): angol matematikus, puritán.

Eredménye, hogy Napier logaritmusát átalakította. Egyrészt, mai elnevezéssel 10-es alapúvá. Így a tízzel való szorzás +1 volt, az osztás -1 a logaritmus értékében. Másrészt, 1-nek a logaritmus 0 lett, így teljesült a fontos logaritmus-szabály: $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$. Ezekkel lényegesen könnyebb volt számolni.

Fontos megjegyezni, hogy a logaritmus fogalma a korban még nem létezett. Ez egy, a számolást segítő eszköz volt, amihez az akkori „logaritmustáblákat” gyártották. Csak bő másfél évszázaddal később, **Euler** után lett bevezetve ez a fogalom, a hatványozással, a komplex logaritmussal együtt, mint függvények (ekkortól látszik egyébként az összefüggés a prosztaferézis és a logaritmus módszere között). A prosztaferézisnél a logaritmus gyakorlatilag jobb, ennek ellenére csak a XIX. századra tűnt el teljesen.