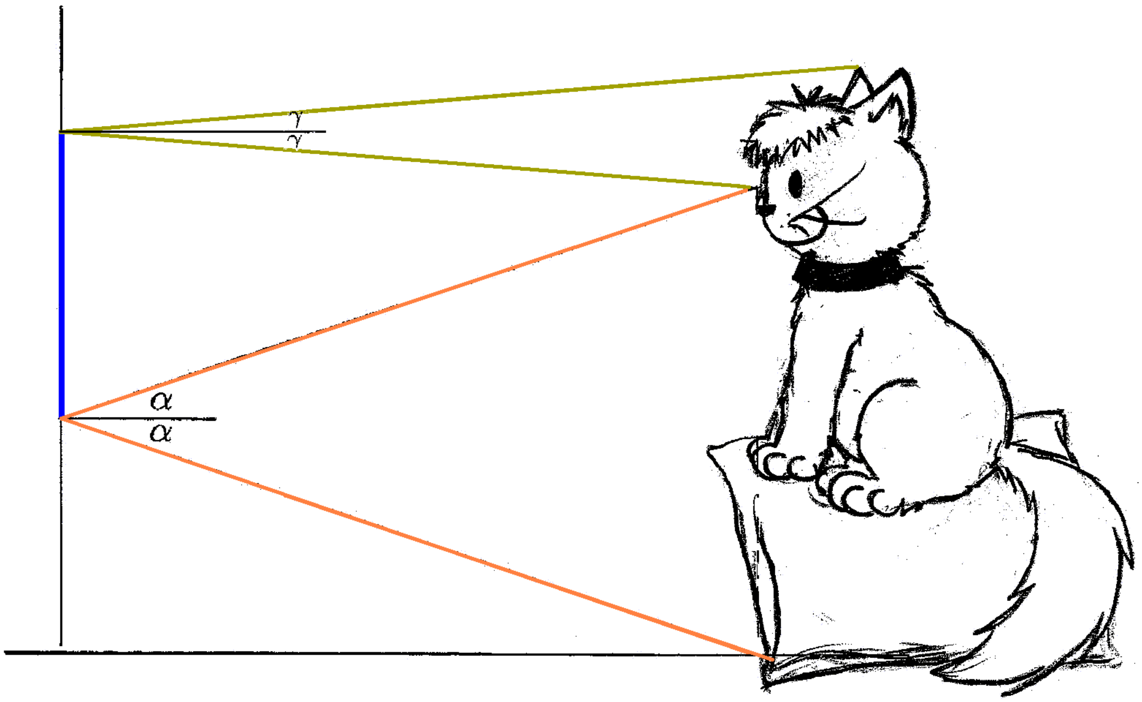
A könyvet A/5 méretre kicsinyítve, kétoldalasan kell kinyomtatni!

dr. Szalkai István

Mindennapi matematika



K é z i r a t

Veszprém, 2012. március 25.

Tartalom

Bevezető **11.o.**

1. Elemi számolások és tévedések **15.o.**

Minden ötödik 15.
Átlag 16.
Tulajdonrészek 16.
Hamis tízezres 17.
Választókörzetek 18.
Mindenki mindenkinek 19.
Csökken a növekedés 20.
A kombinett játék 22.
5-ös kerekítés 24.
Sütemény 25.
Fahrenheit 25.
Autókölcsönzés 26.
Fényképek 27.

2. Zsebszámológépek, pontosság **29.o.**

Műveletek sorrendje (precedencia) 29.
Összeget tagonként osztunk 31.
Zárójelek 32.
Számrendszerek 33.
Maradékok 36.
Pontosság 37.
Legegyszerűbb példa 37.
Egyenletrendszerek 38.
Szabászolló 39.
Fabatka 40.
Centrifuga 40.
A tanulság 41.

3. Százalékszámítás **43.o.**
Autó, benzin, ... 43.
TB támogatás 44.
Adó 45.
Kilencedik 46.
Hitel 47.
Stadionok 48.
ÁFA 49.
10% után 10% 50.
MÁV 50.
Gáz 50.
Kamatadó 50.
Adóbevallás 50.
Nyugdíj 50.
Szuperbruttósítás 50.
Vásárlás 51.
Birtok eladás 1877 -ből 51.
Cipó és kenyér 52.
20% -nak 80% -a? 52.

4. Logika **53.o.**
Próbálok 53.
Ha ... akkor ... 54.
Magánhangzók 55.
Adóellenőr 56.
Létezik és minden 57.
Normálforma tagadása 58.
Szárnyas állatok 60.
Szemben 60.
Ikertestvérek 62.
Vicc 62.

5. Síkgeometria **63.o.**
Busz 63.
Úttesten 64.

Nagy kerekek 65.
Szögletes kerekek 66.
Hengerpalást 68.
Ellipszisek 69.
Kavicsok 70.
Téglalaplefedések 71.
Kicsinyítés, nagyítás 71.
Festék, betűk 72.
Fényképésznél 73.
A/4 papír 73.
Holdig 74.
Fényképezőgép 75.
Tükrözések 76.
Tükör a falon 76.
Víztükör 77.
Iskolai tükrözés 77.
Olló nélkül 77.
Papírszalvéta 78.
Függvény inverze 79.
Két tükör meg egy harmadik 80.
Látókörök 81.
Pick tétele 83.
Szélkerék 84.
Egy vonallal 85.
Kirakó 87.
A Trapéz 88.
Szekrény 89.
Napsugarak 89.
6. A Szinusz és a szögfüggvények 91.o.
Szalámi és ingujj 91.
Ácsok 93.
Autóval 94.
Tengerpart 94.

Vízimentés 95.
Fénytörés 97.
Magasság- és terepmérés 97.

7.Térgeometria 99.o.
A Föld gömbölyű 99.
Hajók és repülőgépek 100.
Gömbök 101.
Hasábok és poliéderek 102.
Locsolócső 103.
Henger alakú poharak 104.
Kúpok és poharak 106.
Schultöte 107.
Lyukak 108.
Lámpaernyő és szoknya 108.
Szemben 110.
Egyéb tükröző felületek 110.
Anamorfózisok (alak-átváltozások) 112.
Útburkolati jelek 113.
Orosz István 113.
Hiperboloid 115.
Festékréteg 116.
Dobókockák 118.

8. Szemléltetés és becsapás 121.o.
Mennyire ingadozik? 121.
Torzítások 123.
Nem egyenletes torzítások 125.
Cárvonalzó 128.
Sztálin kávéscsészéje 128.

9. Kártyajátékok és bűvésztrükkök 129.o.
Hókuszpókusz 129.
Maria Prope Vivet Mutuo 129.
Párok 131.

Középen	132.
Csodagömb	132.
Varázsdiók	133.
Négy kartonpapír	134.
10. Véletlenek	**137.**
Cotton gyerekek	138.
Gyermekek nemei	138.
"Csak egyfélét tud"	139.
A másik gyermek neme	139.
Pénzérme	139.
Két dobókocka	140.
Három ajtó	141.
Tanulság	**143.o.**
Megoldások	**145.o.**
Néhány mértékegység átváltása	161.
Irodalom	**163.o.**

"Dehogy veszek kezembe matekkönyvet mindennap, épp elég volt a suliban! Biliárdozáskor sem vesz elő senki sem szögmérőt sem mérőszalagot" - hallom már előre a visszhangot.

0. Bevezető

Nem is tankönyvet vagy iskolapéldák gyűjteményét tart kezében kedves Olvasóm, még csak nem is érdeklődő tanulók számára készült érdekességek gyűjteményét! Elsősorban olyan példákat igyekeztem gyűjteni és elmagyarázni, megoldani, amelyekkel valóban találkozunk mindennapjainkban, amelyeket nekünk kell megoldanunk, meg kell értenünk a különböző lehetőségek közötti különbségeket *ahhoz*, hogy dönteni tudjunk, hogy be ne csapjanak bennünket. Ezeknek csak kicsi (bár lényeges) része a százalékszámítás, kamatok, talán ott már magunk is észrevettük, hogy a matematika (hiánya) zsebre megy.

Pedagógus lévén természetesen nem tudtam megállni, hogy néhány olyan jelenséget is bemutassak, amelyek a mindennapi embereknek (még ha matek-utálatban is szenvednek) is érdekesek lehetnek.

A könyvet **Tilos sorrendben olvasni !** csak itt-ott felütve, ami nekünk valóban tetszik, úgy szabad szemezgetni!

A könyv stílusa nem a matematikai precízségre (pl. szabatos szakkifejezések) törekszik, hanem a közérthetőségre, egyszerű nyelvezetre, de pontatlanságtól, félrevezetéstől nem kell tartania az Olvasónak. A hétköznapi szituációkat a matematika nyelvére lefordítani a matematikusok, mérnökök, tanárok és a diákok feladata.

Sajnos szemléltetésre minden tanórán kevés az idő, és azon ritka pillanatokat kell a tanároknak **megragadniuk** és a diákokat bátorítaniuk, amikor valamelyikük óra alatt önkéntelenül felkiált: *"Jé! A táblán a bigyó épp olyan, mint otthon a ..."* ! Ezt a lelkesedést kell fenntartanunk életünk végéig!

Számos szépirodalmi és zeneműben, festményben találunk matematikai problémákat vagy a matematika szeretetét bemutató részleteket, most csak *Mikszáth Kálmán* [MK], *Gárdonyi Géza* [GG], *Orosz István* [OI], *ifj.Holbein*, *Jacques Deval* [DJ], *Tove Jansson* [JT] és *Zerkovitz Béla* [ZB] műveit említjük. (Az [xy] szögletes zárójelek a könyv végén levő forrásmunkákat jelölik.)

"*Az életem a matematikáé, az analízist szörnyen szeretem, rajongok, ah, a geometriáé', Integrál Böske a nevem*" - énekelte Zerkovitz Béla legelső kupléjában (http://gramofon.nava.hu).

Norbert Herrmann professzor szerint [HN1], [HN3] az USA több, mint 100 évvel ezelőtti elnöke, *Mr.Garfield* még új bizonyítást is feltalált egy baráti társaságban, beszélgetés közben!

Sokkal szomorúbb azonban az a tömeges szerencsétlenség, amit *Sam Loyd* idézett elő egy ártalmatlannak tűnő (de megoldhatatlan) feladványra 1000$ díj kitűzésével! A tragédiákat az 1. fejezetben "*A kombinett játék*" problémánál meséljük el.

Amint eddig, ezután is a könyv stílusa könnyed, humoros, mint a Szerző egyetemi előadásai, de a mondanivaló bizony véresen komoly !

Számolásainkban legtöbbször **tizedespontot** használunk, elsősorban a zsebszámológépek és számítógépek hatására. Sajnos a minennapi életben is sokszor keveredik a tizedespont és -vessző, legyünk tehát mindig körültekintőek!

Hálásan köszönöm kollégáim, barátaim beszélgetéseit, elsősorban *Róka Sándor*, *Hujter Mihály*, *Tarján Klára* és *Norbert Herrmann* építő kritikáit. Külön hála a családtagoknak türelmükért, legfőképpen pedig nagypapának, **Mikó Ernőnek**, aki 90 évesen is lelkesen olvasta és kritizálta a kéziratot! Boldog születésnapot, jó egészséget Nagypapa!

Veszprém, 2012. március 25.

Szalkai István

P.S. Az alábbi megszívlelendő tanmesét még gyermekkorom-ban hallottam Nagymamámtól.

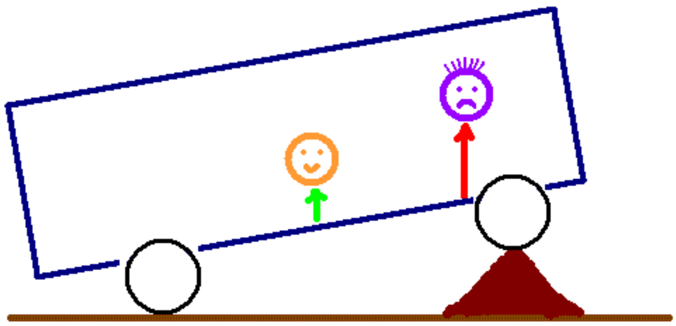
Egy tanmese

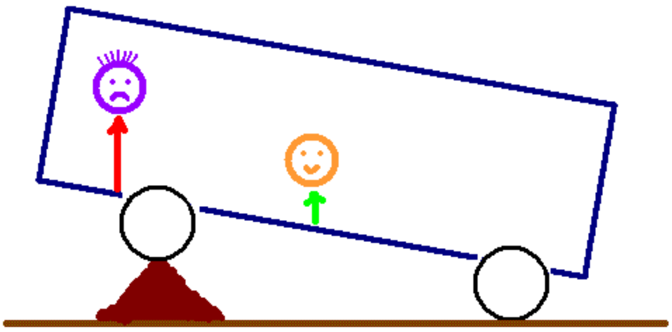
Reggel a falu bölcse megszámolta a hét favágót, és lelkükre kötötte, hogy csak akkor jöjjenek haza, ha mindannyian *együtt vannak. Napszálltakor, hazaindulás előtt a legokosabb favágó elkezdte számolni a többieket:* "Egy, kettő, három, négy, öt, hat, ... , **hol a hetedik**?" *A második is megszámolta magukat, de ő is csak hatig jutott, és így tovább, még a hetedik legkisebb is elszámolta a többieket hatig, de egyikük sem találta meg az elveszett favágót. Mindegyikük* nevét *is* meg*kérdezték egymástól, de mindegyik név is válaszolt. Még ma is ott sírnak-rínak az erdőben, mert egyikük sem számolta meg* saját magát*! De hiszen reggel a falu bölcse sem számolta meg saját magát, ugye?*

5. Síkgeometria

Busz

Gyermekkoromban sajnos sok kellemetlenségem volt autóbuszos kirándulásoknál. Hárulról előre ültettek, nézhettem a tájat, de ott is rázott valamennyire. Elgondolkoztam, kisautóval kísérletezgettem: ha az elülső kerék zöttyen akkor az elöl ülők is "ugranak" egyet és a hátsó kerék a hátsó ülésekkel együtt alig mozdul. A hátsó kerék zöttyenésekor pedig a hátul ülők veszik észre az út egyenetlenségeit! Márpedig minden akadályon mind az első, mind a hátsó kerék is áthalad! Azonban a *középen* ülők szinte semmit sem éreznek, csak minden akadálynak legfeljebb a felét, sőt a rugózás miatt még annyit sem! Azóta engem mindig a busz közepén látnak diákjaim!



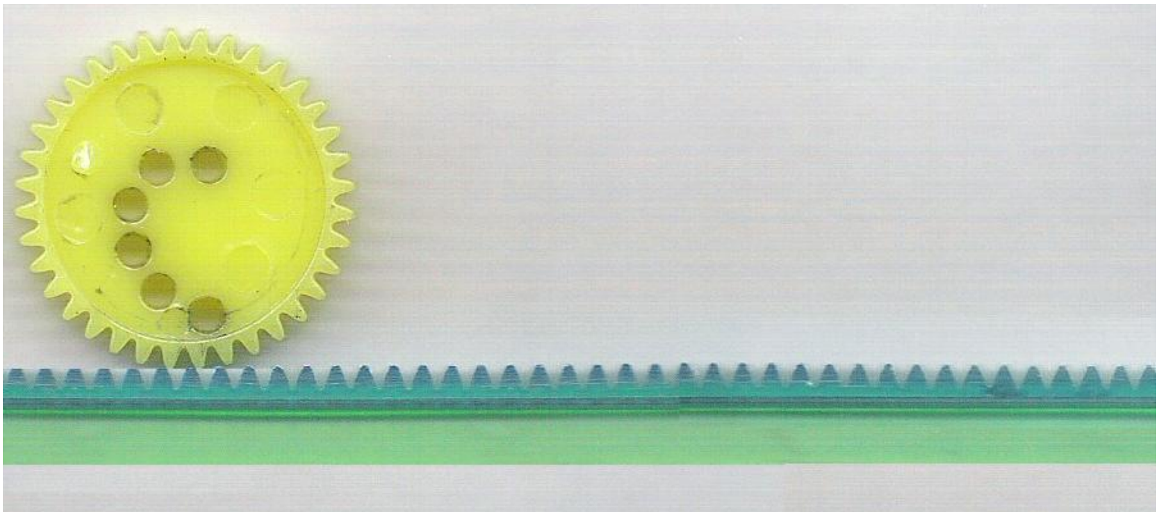


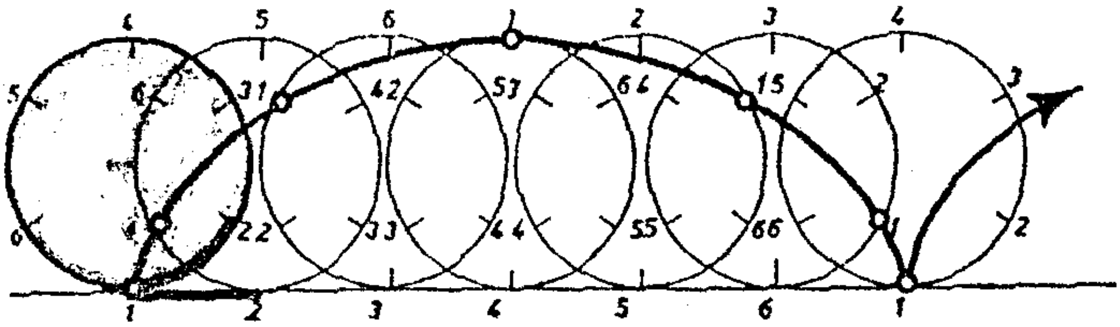
Úttesten

Arra még emlékszünk ugye, iskolában tanultuk, hogy egy ☺ pontból egy egyeneshez legrövidebben úgy jutunk el, hogy merőlegesen megcélozzuk a ☺ pontból az egyenest, és ez a merőleges irány mentén haladunk az egyenes felé. **Magyarul:** az *úttesten* a legrövidebb úton, a járdára merőleges irányban megyünk át mindig, és nem "srégvizavé".

Úttesten, forgalomban nem tanácsos elméláznunk, de például miért repülnek a sárdarabok az autók kerekeiről *hátrafelé*? Nem, nem azért kedves Olasóm, hogy büntetést kapjunk ha nincs sárhányó a biciklin vagy az autón. Hanem azért, mert a sárdarabok *nem tudják a matematikát!*

Vegyük elő a játék- vagy papírboltban vásárolt, spirálrajzoló játékunkat (*spirográf*), a legszélső lyukba tett ceruza kirajzolja a kerék egy pontjára tapadt sárdarab "utazását", pályáját:





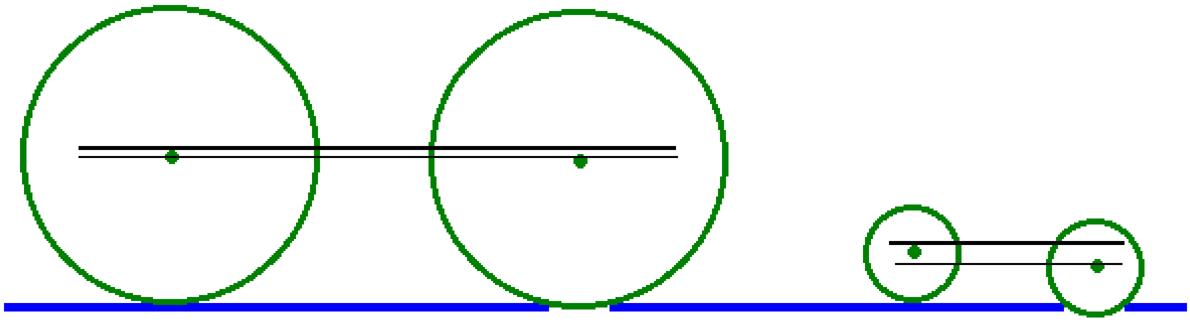
Ha alaposabban szemügyre vesszük a földről éppen mozgásba lendülő pont mozgását, észrevehetjük, hogy az *függőlegesen felfelé* indul el, majd a kerék haladási irányába, azaz előrefelé - várakozásunkkal ellentétben! Ez matematikailag is igazolható (nem minden egyetemista álma vizsgán). Ha pedig ez így van, akkor miért repülnek hátrafelé a sár- és kavicsdarabok? - mint legutóbb is láttam saját szememmel! Nos, valószínűleg azért, mert néha a kerekek kicsit megcsúsznak, és ekkor "söprik" hátrafelé az apró darabokat.

A kerék egy pontjának útját a levegőben, vagyis a ceruzánk kal papíra rajzolt görbét egyszerűen csak **cikloisnak** nevezik, a spirográffal rengeteg féle epicikloist és hipocikloist is rajzol hatunk (ciklus=kör, bi|cikli=két|kerék). A műszaki életben, elsősorban a mechanikában (mozgó szerkezetek tanulmányozásában) fontos szerepük van a ciklios görbéknek, a spirográf eredetileg nem gyermekjáték volt, hanem a mérnökök fontos segédeszköze.

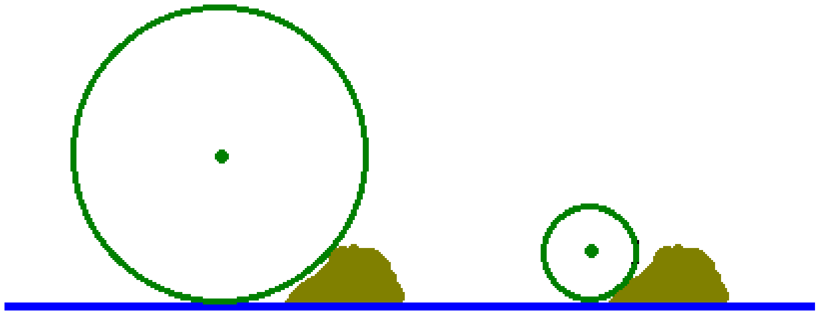
Nagy kerekek

Közismert, hogy nagy átmérőjű (sugarú) kerekekkel könnyebb a közlekedés, mármint egyenetlen talajon. Tolószékeken is nem a hátsó nagy, hanem az első kis kerekekkel van több és nagyobb zöttyenés, a rollert és felnőttbiciklit is össze tudjuk hasonlítani, gurulós bőröndökkel is gondosan kerülünk minden úthibát. Ennek oka egyszerű geometriai tény:

a nagyobb kerekek kevésbé süllyednek és szorulnak bele a lyukakba:



és a púpokra is könyebben felmásznak, azaz a lyukakból is könnyebben kimásznak:



Az már kevésbé ismert, hogy a kerekek (gumik) *szélessége* teljesen lényegtelen: sem a stabilitást nem befolyásolja (mert például az autó ugyanazon a négy ponton van alátámasztva), sem fékezéskor nem jelent semmi előnyt! Ez utóbbit már a fizika $\mathbf{F}_s=\mathbf{F}_{ny}*\mu$ képlete is sugallja, hiszen nem szerepel benne a kerék szélessége! Továbbá **Norbert Herrmann** professzor kutatásai is egyértelműen igazolták: a szélességnek semmilyen hatása sincs a fékezésre, [HN1] és [HN3] könyveiben megismerhetjük kutatásainak lényegét.

Szögletes kerekek

Már a cím is ellentmondás: ami kerek, az nem lehet szögletes! A (múlt század) '60-as éveiben több filmen is láttam szögletes kerekű, "természetesen" döcögő szekereket. Manapság már "csak" a budapesti Csodák Palotájában (és a németországi testvér-múzeumában) láthatunk autót négyzet alakú kerekekkel. De miért nem zötykölődnek ezek az autók? Ültem bennük, kipróbáltam! Sőt, a "pályán" nem is csúszik, hanem szépen *gördül*, mint ahogy illik:

Szögletes kerekű autó
Forrás: http://www.csodakpalotaja.hu/

A fénykép a Csodák Palotája honlapjáról való, tehát a lényeget igyekeztek eltakarni. A sínszerű pálya nem egyenes, hanem fel-le hullámzik, teljes összhangban az autó kerekeinek, mint négyzeteknek a csúcsainak és oldalainak fel-le mozgásával. Az autó tengelye (ami éppen a négyzetek középpontja) pedig mindig ugyanolyan magasan marad, az autónak tényleg semmi fel-le zötyögése nincs!

7. Térgeometria

A Föld gömbölyű

Misi barátom meghívott Balatonakarattyára, és a családdal néztük a Balatonon *hosszában* közeledő hajókat. Már ekkora vízfelületen is (kb. 70 km hosszú) észrevehetjük, amit eddig általában csak az igazi tengerekről (nem a *Magyar Tengerről*) hallottunk: a közeledő hajóknak először csak a csúcsát látjuk, törzsüket csak utána. Ennek megfelelően a távolodó hajóknak fokozatosan eltűnik a törzse, mintha "tengeri szörnyek nyelnék el őket" (több száz éve valóban ezt hitték sokan).

A köny utolsó fejezetében részletesen kiszámoljuk, hogy egy *l* magasságú személy egy *h* magas hajó árbóccsúcsát meddig tudja szemével követni, illetve a *t*=5 , 10, ... , 70 km távol levő hajónak milyen magasnak kellene lennie, hogy a gömbölyű Föld ne takarja el teljesen. Most csak pár rövid, közelítő képletet ismertetünk (bizonyítás nélkül).

8 centis szabály: *Teljesen sima vízfelületen a vízből a szemét éppen kidugó úszó az* **n** kilométer *távolságban lévő vitorláshajónak csak az* $8n^2$ centiméter *feletti részét látja.*

Mivel a síkra kiterített Balatontérkép 70 km-nek megfelelő egyenes szakaszt is tartalmaz, ezért a Balaton esetében 400 méteres magasságú takarások is lehetségesek. Ha Aliga környékén valaki a parton sétál és eltekint Tihany mellett balra, és a szeme mondjuk 2 méterre van a vízszint felett, akkor az illető 5 kilométerre lát rá a vízfelületre; 10 km távolságban már 2 méteres magasságú a takarás, 15 km távolságban már 4 méteres, 20 km távolságban már 8 méteres stb.

Tehát így is fogalmazhatunk: Ha a vízparton állva *k* km távolságra látunk rá, akkor 2*k* km távolságba ugyanakkora a takarás, mint amennyire mi emelkedünk a vízszint fölé, 6*k* km távolságban pedig már 25-ször akkora.

1,7 méteres szemmagasságot feltételezve sík vidéken vagy tengeren a látóhatár (horizont) távolsága 4,5 kilométer, ezért például a Balaton déli partján álló fürdőző még távcsővel sem látja az északi parton álló társát - és viszont. A közelítő számítás szerint a horizont-távolság a látómagasság négyzetgyökével arányos, azaz például a magasságot megnégyszerezve a horizont megduplázódik. Az előbb említett 4,5 km kevésnek tűnhet, mert a tapasztalat szerint az ennél sokkal messzebb levő épületek, fák, hajók is láthatók. A távolabbi tárgyakat azért láthatjuk, mert egy részük a horizont fölé emelkedik.

Hajók és repülőgépek

Szintén a Föld gömbölyűsége miatt már több mint száz éve hajós kapitányok és repülőgépen utazók egyike sem csodálkozik azon, hogy az óceánjáró hajók, léghajók és repülőgépek *nem* egyenes vonlban, hanem "valamilyen körív" mentén szelik át az óceánt! Üssük fel csak általános- vagy középiskolás atlaszunkat: a nagyobb tengereken a főbb hajózási útvonalak nem nyílegyenesek! Ez a bizonyos körív a Földnek egy olyan *főkörének* íve, amely összeköti a kiindulási- és a célállomást. Egy (akármilyen) gömb **főköreit** úgy kaphatjuk meg, hogy a gömböt (pl. alma) a középpontján áthaladó síkkal metsszük el (pontosan felezzük el), és ennek a vágásnak a gömb felszínén (almahéj) levő nyomát tekintjük! Mellesleg ezek a körök a gömb felszínére rajzolható körök közül a legnagyobbak.

Tehát a repülőgép optimális pályáját úgy kapjuk meg,hogy a Föld középpontján, valamint a kiindulási- és a célállomásokon (ez három térbeli pont) keresztül fektetett síkkal elmetszük a Földet, és a felszínén megrajzoljuk a vágás nyomát. Ez a legrövidebb távolság a Föld két pontja között. Ha van otthon Földgömbünk, ezt a módszert rögtön ki is próbálhatjuk: válasszuk ki álmaink két pontját, feszítsünk ki ez a két pont között egy gumiszalagot. A gumiszalagot óvatosan kicsit meg kell igazgatnunk, mert szegény tapad, de magától megmutatja a *legrövidebb utat* a két kiválasztott pont között!

Térképen mindez azért nehéz és csalóka, mert egyrészt a papír síkbeli és nem gömb alakú, másrészt pedig nagyon sokféle térkép létezik: ízelítőt a középiskolai földrajzi atlasz elején láthatunk, de ez már legyen a térképészek, hajó- és repülőgépkapitányok, és a matematikusok baja.

Gömbök

Dörzsölgessünk össze sokáig két puha követ vagy téglát. Ami egyiken bemélyedés lesz, az a másikon épp ugyanolyan kidudorodás. Csak nem *gömbfelszínek*? Igen,de miért? A csiszolás miatt olyannak kell lenniük,hogy egymásban akadály nélkül könnyen elmozdulhassanak - márpedig *csak a gömb* az a felület, amely önmagában bármely irányban akadály nélkül elmozdulhat.

A felfújt lufi, szappanbuborék, rágógumi is azért gömb alakúak, mivel a lehető legkisebb felszínt igyekeznek ezek a rugalmas anyagok felvenni, ami ismét a gömb.

Gömbök térbeli optimális elhelyezésének problémájával a Veszprémi Egyetem (ma Pannon Egyetem) híres tanszékvezető professzora, *Fejes Tóth László* akadémikus foglalkozott, a kutatást ma fia, *Fejes Tóth Gábor* folytatja. Mi csak az áruházakban játszhatjuk a "Ki tud több narancsot hazavinni egy vödörben?" társasjátékot.

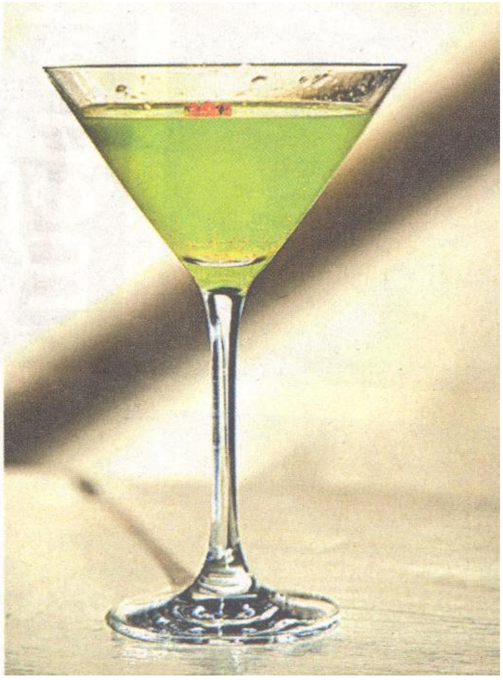
Hasábok és poliéderek

"Hasábfával kenegetik" azaz jól elverik, megdobálják (nem lehet kellemes). Sajnos a legtöbb mai gyermek csak a tankönyv lapjain találkozik a **hasáb** magyarázatával *(definíciójával)* és vázlatos rajzával. Nézzünk meg egy igazi fahasábot közelebbről - vagy a faházban vagy a túloldalon:

Ennek is párhuzamos síkok az alja és a teteje, ami nem véletlen, ugyanis fűrészgéppel a rönköket párhuzamosan szeletelik (mint kolbászt a konyhaasztalon). No és az *oldalai* hogyan "készülnek"? Jómagam is kipróbáltam: fejszével *függőlegesen* hasogattam, azaz levágtam a "széleit". Emiatt lett az "alja" és a "teteje" is szabálytalan sokszög, de ugyanolyanok, vagyis *egybevágóak*! No, innen ered a tanönyv meghatározása (definíciója) : "*A hasábok alap- és fedőlapja két egybevágó, tetszőleges sokszög, oldallapjai függőleges téglalapok.*"

Hasonlóan elvont fogalom a **poliéder**, szó szerint *sok-lapú* test. Pedig konyhában is könnyen találkozhatunk vele: ha a krumplit egyenes (azaz sík-) vágásokkal szeleteljük vagy hámozzuk meg, vagyis nem követjük a krumpli gömbölydedségét. Ha már minden oldala síkbeli (nincs már barna héja), akkor előttünk is van egy poliéder! Vagy figyeljük meg óvodás gyermekünket gyurmázás közben. Ha egy gyurmagombócot többször erősen odacsap az asztalhoz, a gombóc benyomódik, méghozzá oldalai síkok lesznek - megint egy poliéder lesz előttünk!

Kúpok és poharak



Tekintsünk egy (fordított) kúp alakú poharat, pl. pezsgőspoharat (vagy tölcsért), eredeti térfogatát általában még tudjuk.

a) Ha fele magasságig töltjük, a teljes térfogat hányadrésze van benne? Általában: ha magasságának *x*% részéig van töltve, akkor ez hány % térfogatnak felel meg?

b) Mekkora magasságig töltsük, ha a pohár eredeti térfogatának *felényi* italt szerenénk inni?

c*) Oldjuk meg a feladatot csonkakúp alakú pohárra is (pl. kávéspohár).

Az **a)** kérdésre talán még fejben is tudjuk a választ: a félig töltött folyadék is kúp alakú mint a pohár, hasonló testek térfogatai méreteikkel *köbösen* arányos, tehát az 1/2 magasságig levő folyadék térfogata

$$(1/2)^3 = 1/8 = 0.125 = 12.5\%$$

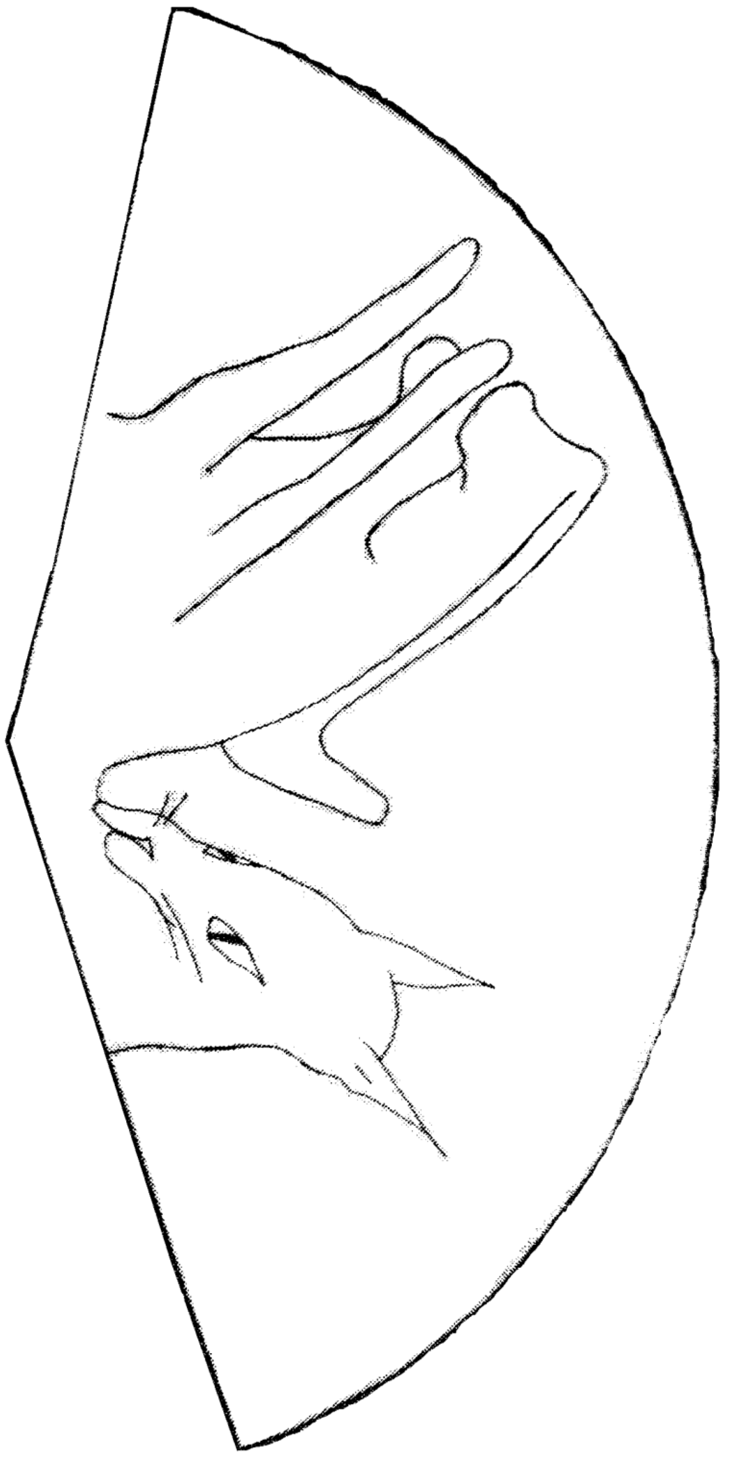
része az eredeti pohár térfogatának! Alig több, mint a tizede!

Lámpaernyő és szoknya

Manapság mindent a boltban veszünk és kidobunk, pedig mennyivel kedvesebb egy saját kezünkkel készített lámpa (az 5. fejezet *Hengerpalást* feladatánál említett Ernő nevezetű lakatos ismerősünk készítette), általunk választott színes papír borítással.

Legegyszerűbb persze csak körülbelül kivágni a papírt, valami körszelet-szerűséget, majd a keretre illesztve összeragasztani, a felesleget levágni, de így ajándéknak csúnya lesz. A pontos "szabásmintát" a könyv végén találhatjuk.

Csonkakúpfelületek még a szoknyák is, és nem csak **Jacques Deval:** *A potyautas* című vígjátékában találkozhatunk újságpapírból készült miniszoknyával. Bizony a világháborúk alatt sok öltöny, ruha készült krepp- és kartonpapírból!

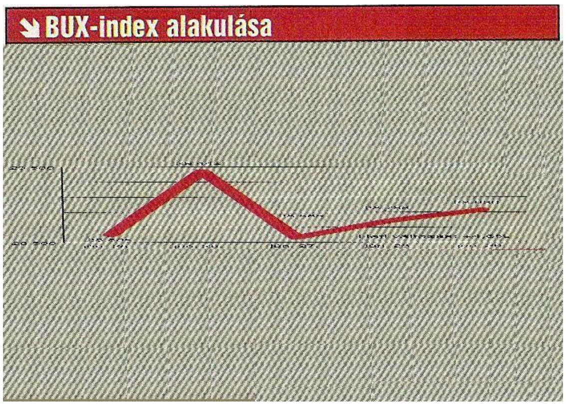


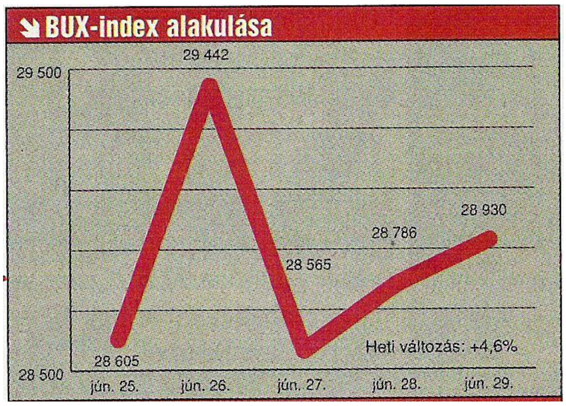
Az előző oldalon látható lámpaernyőn valamilyen macskát ugyan sejtünk, de még összeállítás után is (vágjuk ki és ragasszuk össze!) csak megfelelő irányból: felülről látjuk az igazi, nagyon bájos cicát! Az ilyen optikai trükkökkel pár oldallal lejjebb, az *Anamorfózisok* címszónál foglalkozunk.

8. Szemléltetés és becsapás

Mennyire ingadozik?

Egyik reggel két különböző hangvételű újságcikkel találkoztam, **ugyanarról** (!) az eseményről szenzációztak, de még hogyan!? "*Már hetek óta alig mozdul!*" - hangoztatta az egyik, és a baloldali ábrán valóban lapos a görbe. "*Ekkora ingadozást régen láttunk*" - így a másik, és a a jobboldali grafikonon valóban hatalmas ugrást és süllyedést látok. Mi tehát az igazság?

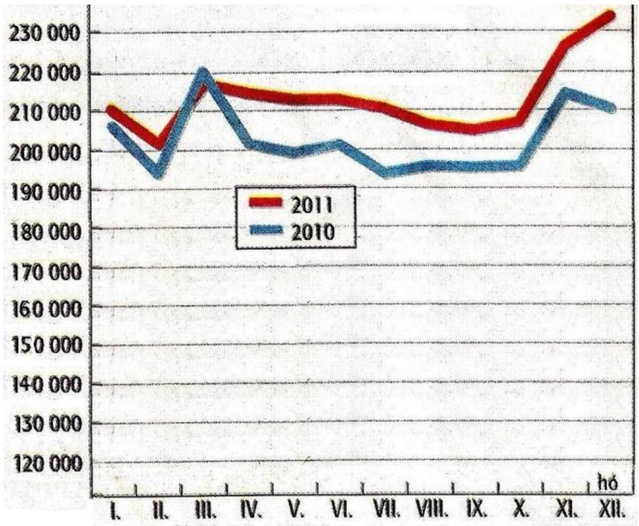




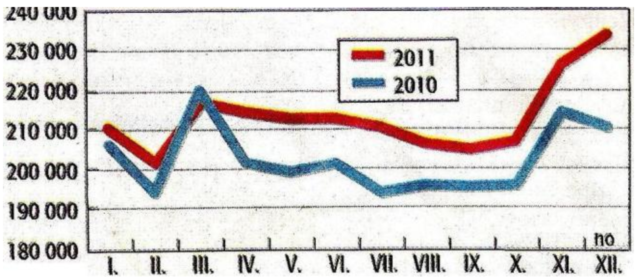
Ha alaposabban szemügyre vesszük a két grafikont, láthatjuk, hogy valóban ugyanazokat az adatokat ábrázolják, csak függőlegesen összenyomva az egyiken, jól széthúzva a másikon. A függőleges tengelyen a beosztások is sűrűbbek vagy ritkábbak (kisebb vagy nagyobb az egység). EZ az optikai csalódás, pontosabban **optikai csalás** magyarázata! A fenti újságcikkek írói vagy maguk is becsapódtak, vagy tudatosan választották az egyik vagy másik grafikon-típust illusztrációnak!

Kedves Olvasóm,a jövőben ne hagyja magát így megtéveszteni! A tengelyeken vett beosztások mellett lényeges a mértékegység is: **ezer** mm ugye nem sokkal több **egyetlen** km -nél?!

Hasonlítsuk össze az alábbi két grafikont is! Amíg az egyiket szemléljük, takarjuk le egy kis papírral a másikat, és fordítva!



Íme a másik (fentit letakarni!):



A beosztások ugyanakkorák a függőleges tengelyeken, sőt a két színes grafikont egymásra is tehetjük, másolhatjuk, egybevágóak. Miért látjuk mégis a felső ábrát kevésbé hullámozni, mint az alsót? Mert az alsó, vízszintes tengelytől messzebb vannak a színes görbék, így jobban érzékeljük az ábrázolt mennyiség nagy méretét és a *hozzá képest* (valóban) aránylag kicsi ingadozást. Az alsó ábrán pedig a függőleges tengely beosztása rögtön 180000 -nél kezdődik, ezért kerülnek a színes görbék nagyon közel a vízszintes tengelyhez, távolodásuk is legalább ennyi, és ezért érezzük a hullámzást aránylag nagynak! A valóságot pedig az első ábra közelíti jobban: minden mennyiséget a 0 -hoz kell viszonyítani! A második ábrát a helytakarékosság indokolja, de tudatában kell lennünk a valóságot torzító hatásával!

A fenti torzítások (manipulációk) széles körben ismertek a szakirodalomban, "hazugságfaktor" -nak (-tényezőnek) nevezik. Ugyanazokat a valós adatokat mutatja mindegyik grafikon, csak más súlyozással, más tálalással! Nekünk sem árt felkészülnünk, alaposan odafigyelnünk a részletekre: - a függőleges tengely beosztásaira!

Nagyon sok függvény nagyon "lapos" (majdnem vízszintes) tud lenni, mint például $f(x) = x^3 + 7.5x^2 + 18x$ a $-4<x<-1$ szakaszon (intervallumon). Pontos szélsőértékeit (maximum, minimum) a grafikonon lehetetlen megkeresni, akárhogyan is nyújtjuk meg vízszintesen vagy függőlegesen a grafikont. Emiatt van szükség felsőbb matematikai analitikus eszközökre, például deriválásra.

Az előző problémában említett torzítás nem újkeletű, csak szándékos megtévesztő használata ellen van kifogásunk! Alább néhány "békésebb" felhasználásával foglalkozunk.

Torzítások

A legegyszerűbb torzítás úgy jön létre, hogy egyik és másik irányban a nagyítás mértéke nem ugyanakkora, mint például a 7. fejezetben említett henger alakú tükrök esetében ("Egyéb tükröződő felületek").

Földrajzi atlaszokban találkozhatunk ilyesmikkel a leggyakrabban. Például földrészek vagy tengerek domborzati hosszmetszetében vízszintesen és függőlegesen rendszeresen különböző egységeket választanak. Nyilvánvalóan csak így fér rá a könyv lapjaira, de a hegyek és tengeri árkok vonulatai (felfelé vagy lefelé) és görbületei jól szemléltethetőek. Pontosabban, a többszáz kilométeres (vízszintes) földrész vagy tenger esetében a magassági (függőleges) eltérések összehasonlíthatatlanul aprók: még a 10 kilométert is alig érik el! Ezt a valóságot lekicsinyítve a többszáz cm vonalon kellene észrevennünk az 1-2 cm függőleges ingadozásokat!

Sok helyen láthatunk domború város- vagy Magyarország térképet: itt is a vízszintes (asztallap síkja) és függőleges méreteket szükségképpen módosítani kell a fentiek miatt.

Hasonló okok miatt nem teljesen arányos (hasonló) kicsinyítést alkalmaznak a *játékvasutaknál,* például szemmel láthatóan a sínek és a kerekek peremei aránytalanul nagyok a játékkocsik méreteihez képest. Ez a torzítás onnan ered, hogy az asztali sínpálya aránytalanul rövid az állomásokhoz, tereptárgyakhoz és a vonathoz képest (kicsi az asztal). Ha a kocsik sebessége arányos lenne a sínpályához, akkor nagyon lassan közlekednének a vonatok: legalább 10-20 perc alatt jutnának el az asztal egyik végéről a másik végéig. Tehát a játékvonatok szokásos sebessége aránytalanul nagy, ami miatt meg kellett növelni a kerekek peremeit és a sínek magasságát is - de ez már inkább fizika.

Hasonló problémákkal találkozik az operatőr, aki tengeri csatát filmez viharos fürdőkádban. Ennek technikai és egyéb részleteiről sokfelé lehet olvasni, most inkább evezzünk más vizekre.