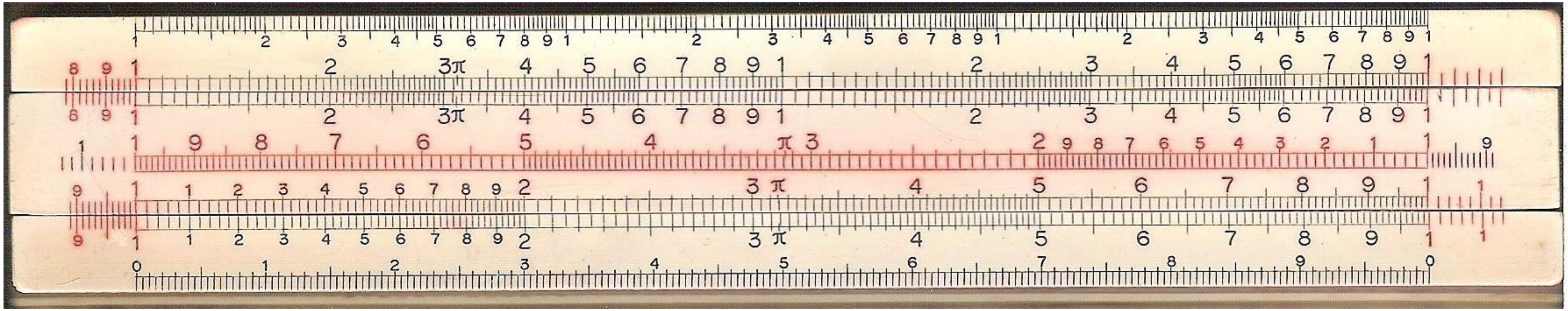
A Logarléc reneszánsza

dr. Szalkai István

2017.



SK-lec-kozepso.jpg

I) Mi ez ?

II) Első táblázatok

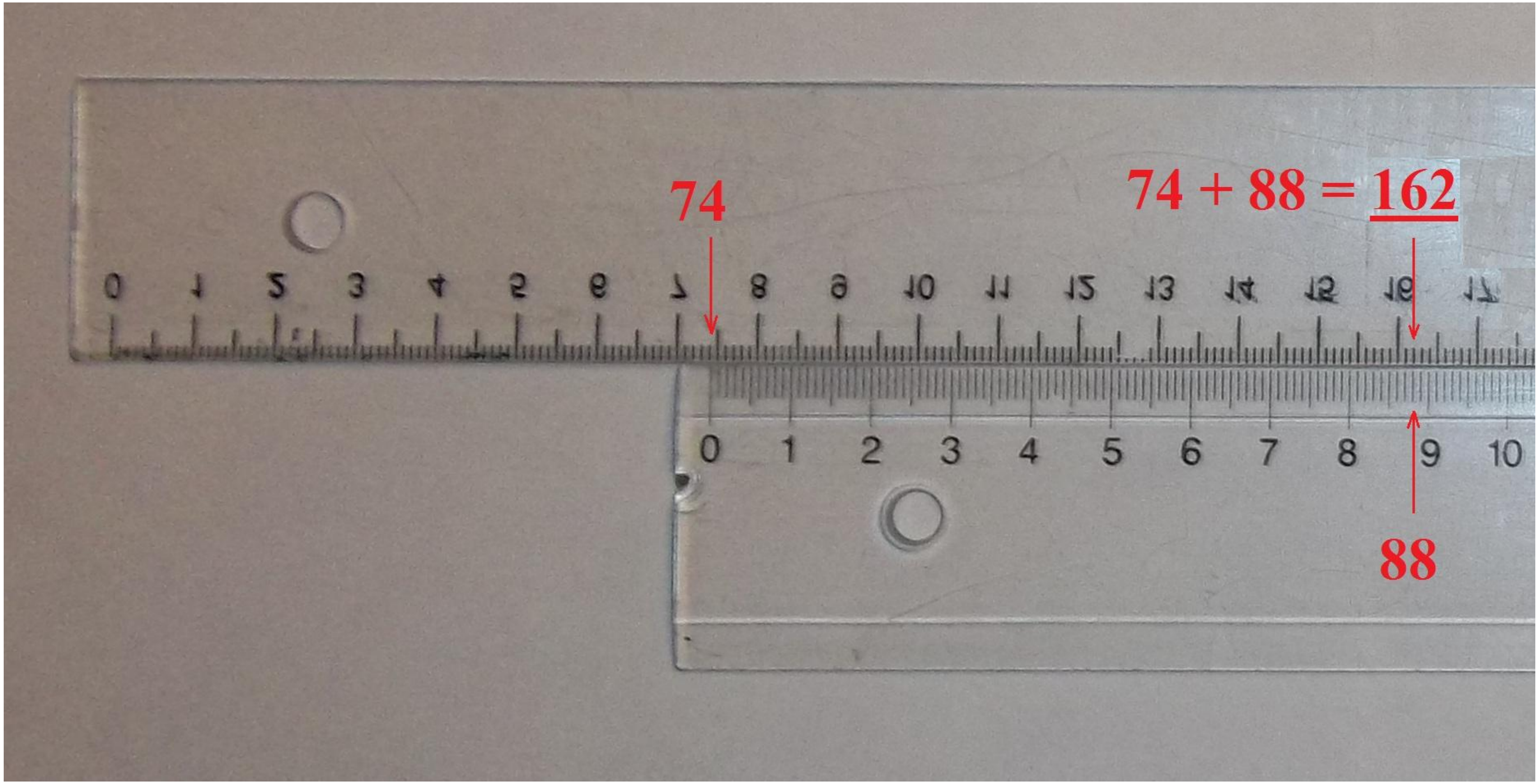
III) Képek

IV) Általában

V) Végtelen sok skála

1620 1db log skála: oxfordi Edmond **Gunter** (1581-1626)
1632 2db log skála: cambridge-i William **Oughtred** (1575–1660)

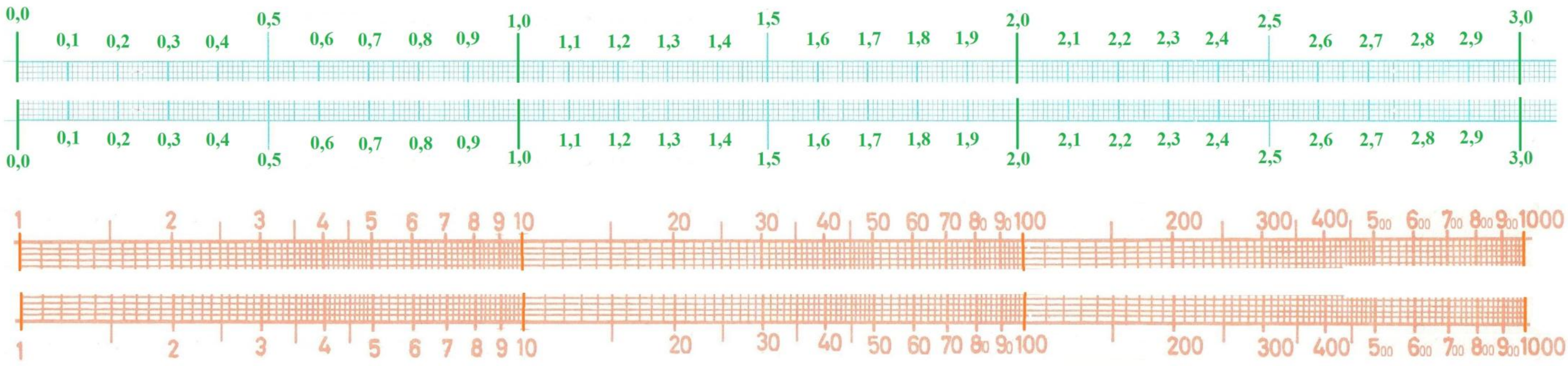
Alapelve: távolságok geometriai összeadása:



100_5963-sz4.jpg

1. Ötlet: nem a távolságot írjuk a vonalzóra, hanem

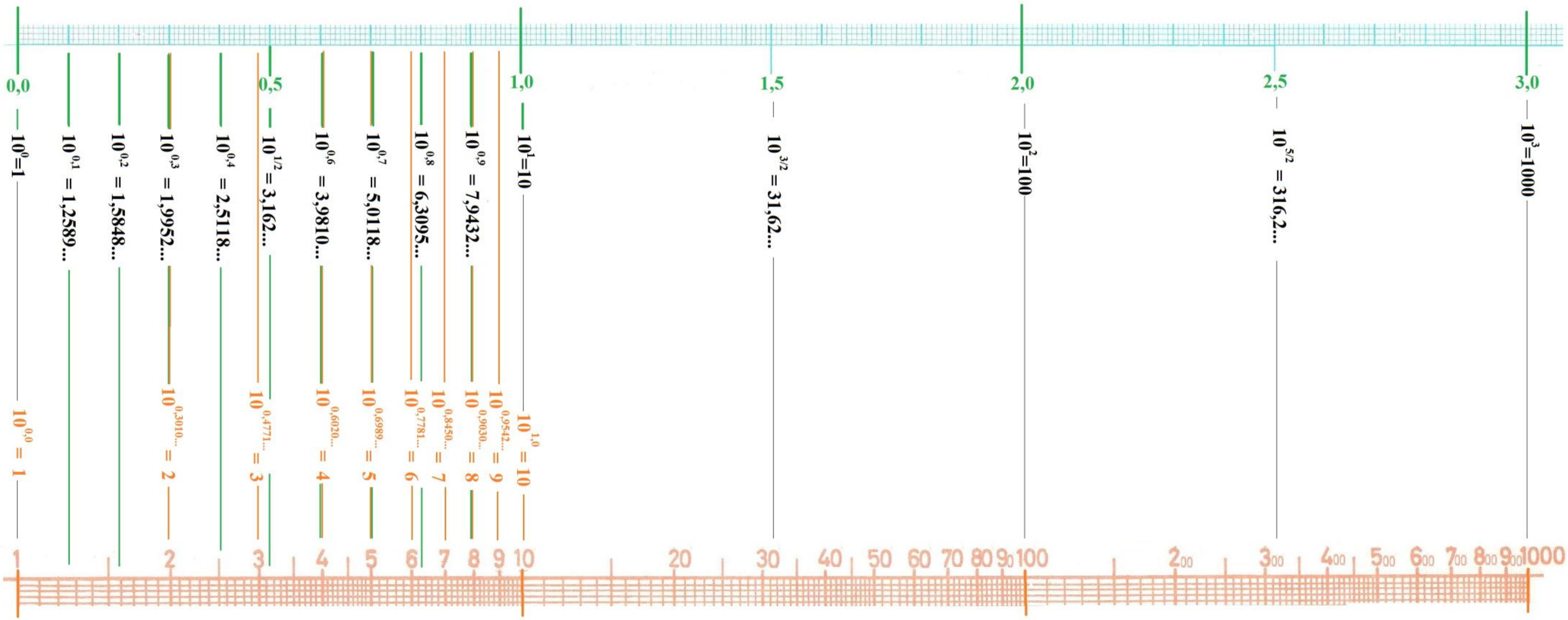
például a 10 *hatványait*:



mm-&-log-csik-tukor.jpg

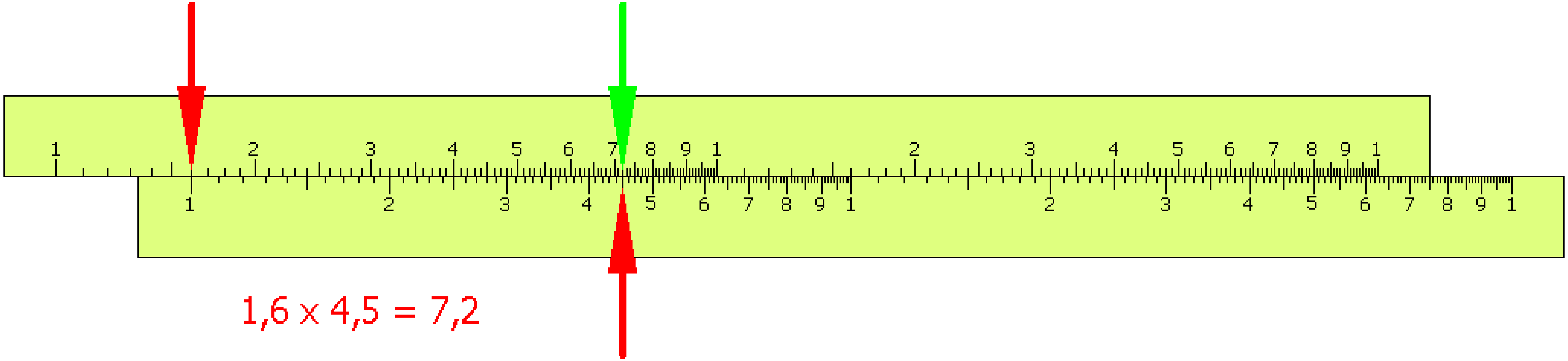
ekkor a lécek eltolásakor a kitevőket összadjuk, vagyis a 10 hatványait összeszorozzuk!

részletesebben:



mm-&-log-csik+.jpg

Tehát:



wiki-Multiplication.png

Magyarázat:

Az "1,6" felirat *lg*(1,6) egységre, a "4,5" felirat *lg*(4,5) egységre, a "**7,2**" felirat ***lg*(7,2)** egységre van a kezdőponttól:

$$\mathbf{lg(7,2)} = lg(1,6)+lg(4,5) = lg(1,6\cdot 4,5)\ .$$

I) Mi ez ?

II) **Első táblázatok**

III) Képek

IV) Általában

V) Végtelen sok skála

Mire jó még a logaritmustáblázat? Például: 1,396*2,746 = ?

$$\lg(1{,}396) = 0{,}1449$$
$$\lg(2{,}746) = 0{,}4387$$
$$+ \quad = 0{,}5836$$
$$\lg(3{,}833) = 0{,}5836$$

Tehát: 1,396*2,746 = 3,833 .

Már **Archimedesz** (i.e.287-212) tudta: $a^k \cdot a^n = a^{k+n}$.
Michael **Stiefel** (1487-1567) javasolta 2 hatványait.
Stewin (1548-1620) táblázatot készített $(1+p)^n$ -ről.
Jost Bürgi (1552-1632): svájci órásmester, mérnök, matematikus. Ötlete a kamatos kamat:

$$\left(1+\frac{q}{100}\right)^n, \quad q = 0.1$$

A kiadással (1620) elkésett, így *Napier* nevéhez kötődik az első kiadott táblázat.

John Napier (1550-1617): skót földbirtokos, matematikus, orvos, asztronómus. Elsőként adott ki "logaritmustáblázatot" (1614): $5 \le n \le 10^7$, 14 tizedesjegy pontosság, 20 évig dolgozott rajta.

Henry Briggs (1571-1630): angol matematikus. Napier "logaritmusát" átalakította, egyrészt 10-es alapúvá, másrészt, 1-nek a logaritmusa 0 lett, így teljesült:

$$\log(ab) = \log(a) + \log(b).$$

1617: 1<n<1000, 8-jegyű, 1624: 1<n<20 000 és 90 000<n<100 000, 14-jegyű

De Decker- Vlacq 1627: 10 alapú, 20 000<n<90 000

Ezek a táblázatok tulajdonképpen „*antilogaritmus-táblázatok*”: nem a **numeruszok-hoz** rendelték hozzá a „**logaritmusokat**”, hanem fordítva. (Bürgi „**piros**” és "**fekete**" számoknak nevezi őket.) A „logaritmusok” **számtani-**, a numeruszok **mértani-** sorozatot alkotnak ([1]).
("**logosz**" = "szó,beszéd,(ki)számítás,értelem", "**aritmosz**" = "sor,szám,számlálás")

("Napier ismételt kivonásokkal kiszámolta $(1\text{-}10^{-7})^L$ értékét minden egész 1<L< 100-ig, ahol is megközelítően 0,99999 = $1\text{-}10^{-5}$ -t ért el. Ezután kiszámolta ezeknek a szorzatait $10^7\cdot(1\text{-}10^{-5})^L$ -nel 1-től 50-ig, és hasonlókat számolt 0,9998 ~ $(1\text{-}10^{-5})^{20}$-nal és 0,9 ~ $0{,}995^{20}$ -nal is. Így minden $5<N<10^7$ esetén megadta azt az L számot, ami megoldja az $N = 10^7\cdot(1\text{-}10^{-7})^L$ egyenletet ... ")

Fontos megjegyezni, hogy a "**logaritmus**" fogalma abban a korban még nem létezett. Ez csak egy számolást segítő eszköz volt, amihez az akkori „logaritmustáblákat” gyártották. Csak bő másfél évszázaddal később, **Euler** (1707-1783) után lett bevezetve ez a fogalom, a hatványozással, a komplex logaritmussal együtt, mint függvények.

Deák Ervin: *Egy nevezetes matematikatörténeti évforduló:* 400 *éve jelent meg az első logaritmustáblázat*, Magyar Tudomány, 2014.dec., 1424-1432.old.,
http://www.matud.iif.hu/2014-12.pdf , **http://www.matud.iif.hu/archive.htm**

"numer."	"log"
1,0001 -	1
1,0002 -	2
1,0003 -	3
1,0004 -	4
1,0005 -	5
1,0006 -	6
1,0007 -	7
1,0008 -	8
1,0009 -	9
1,0010 -	10
. . .	
1,0100 -	100
1,0102 -	101
1,0103 -	102
1,0104 -	103
1,0105 -	104
1,0106 -	105
1,0107 -	106
1,0108 -	107
1,0109 -	108
1,0110 -	109
1,0111 -	110

"numer."	"log"
1,0513 -	500
1,0514 -	501
1,0515 -	502
1,0516 -	503
1,0517 -	504
1,0518 -	505
1,0519 -	506
1,0520 -	507
1,0521 -	508
1,0522 -	509
1,0523 -	510
. . .	
1,1052 -	1000
1,1053 -	1001
1,1054 -	1002
1,1055 -	1003
1,1056 -	1004
1,1057 -	1005
1,1058 -	1006
1,1059 -	1007
1,1060 -	1008
1,1062 -	1009
1,1063 -	1010

"numer."	"log"
. . .	
1,3958 -	3 335
1,3960 -	3 336
1,3961 -	3 337
. . .	
. . .	
2,7181 -	10 000
2,7184 -	10 001
2,7187 -	10 002
2,7190 -	10 003
2,7192 -	10 004
2,7195 -	10 005
2,7198 -	10 006
2,7200 -	10 007
2,7203 -	10 008
2,7206 -	10 009
2,7209 -	10 010
. . .	
2,7457 -	10 101
2,7460 -	10 102
2,7463 -	10 103
. . .	

"computer" = "számoló" (ember!) **=>** **homoputer**

... logaritmustáblázat a francia forradalom alatt ...

... **Clairaut**, Alexis Claude (1713–1765): a Halley-üstökös pályaszámításait megosztotta Joseph **Lalande** and Nicole-Reine **Lepaute** kollégáival.

https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_Tables_Project
https://en.wikipedia.org/wiki/Human_computer
https://en.wikipedia.org/wiki/Human-based_computation
https://en.wikipedia.org/wiki/Mental_calculator

I) Mi ez ?

II) Első táblázatok

III) Képek

IV) Általában

V) Végtelen sok skála

=> Eload-kepek-171116.pdf

I) Mi ez ?

II) Első táblázatok

III) Képek

IV) Általában

V) Végtelen sok skála

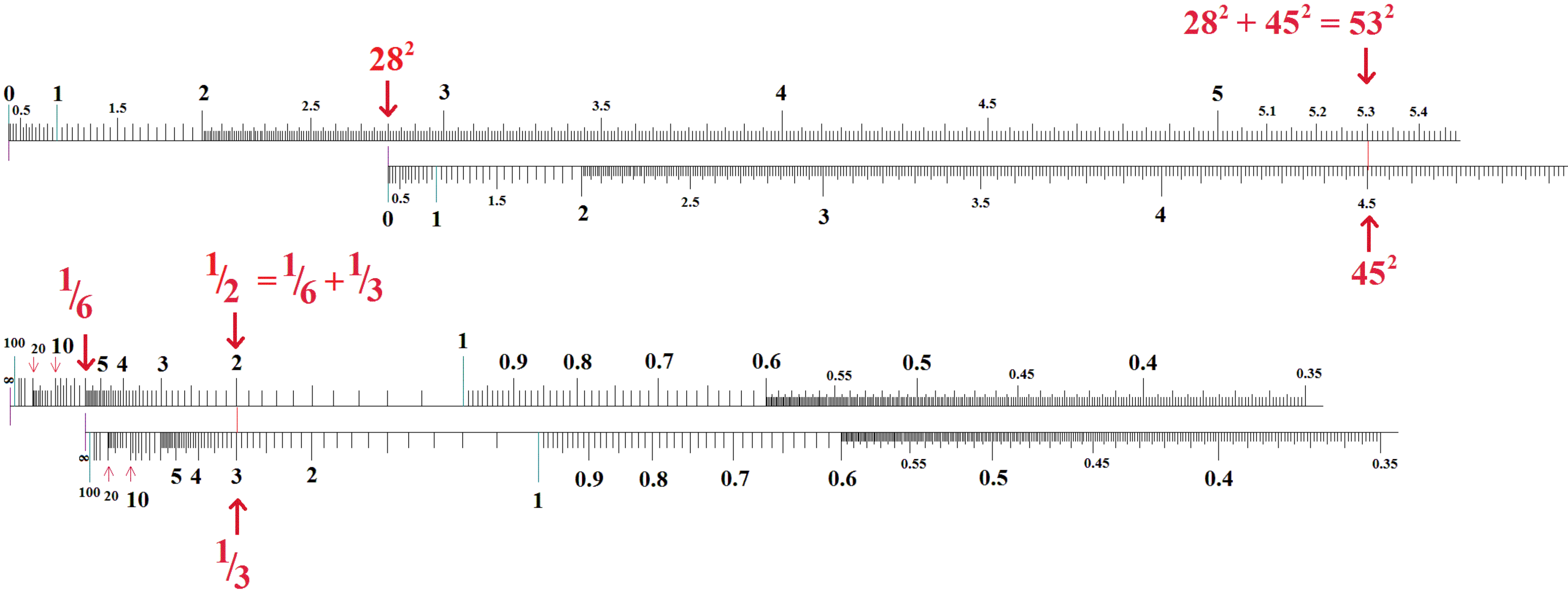
TABLE 1. Slide Rule Scale Symbols and Meanings *Journal of the Oughtred Society*

Symbol	Mathematical Relationship	Range	Description	Function
A	x^2	1 - 100	2-cycle, Square of D, on stock	Find Squares & Square Roots
B	x^2	1 - 100	2-cycle, Square of C, on slide	Find Squares & Square Roots
AI	$1/x^2$	1 - 0.01	2-cycle, Reciprocal of A or 2-cycle, Reciprocal Square of D	Reciprocals, Chain Multiplication & Division
BI	$1/x^2$	1 - 0.01	2-cycle, Reciprocal of B or 2-cycle, Reciprocal Square of C	Reciprocals, Chain Multiplication & Division
C	x	1 - 10	1-cycle, Principal scale, on slide	Basic Multiplication & Division
D	x	1 - 10	1-cycle, Principal scale, on stock	Basic Multiplication & Division
CF	πx	3.1 - 31	1-cycle, Folded at π (or √10)	Multiplies result by π (or √10)
CI	$1/x$	1 - 0.1	1-cycle, Reciprocal of C	Reciprocals, Chain Multiplication & Division
CIF	$1/\pi x$	0.33 – 0.03	1-cycle, Folded at π, Reciprocal of CF	Divides result by π
DF	πx	3.1 - 31	1-cycle, Folded at π (or √10)	Multiplies result by π (or √10)
DI	$1/x$	1 - 0.1	1-cycle, Reciprocal of D	Reciprocals, Chain Multiplication & Division
DIF	$1/\pi x$	0.33 – 0.03	1-cycle, Folded at π, Reciprocal of DF	Divides result by π
K	x^3	1 - 1000	3-cycle, Cube of D	Find Cubes & Cube Roots
L	$\log_{10}(x)$	0 - 1	Linear scale	Mantissa of base10 logarithm of D
LL, Ln	$\ln(x)$	0 – 2.7	Natural logarithm of x	Raise D to any power or extract any root
LL0	$e^{0.001x}$	1.001 – 1.01	Exponent of $x \cdot 10^3$	Log Log scales

=> **Table1-Scales.pdf** , Table1-.png

Szorzást kivéve CSAK egyváltozós függvények !!!

2. Ötlet: $F(z) = f(x) \pm g(y)$, Például:



Recipr_negyz_skalak_mukodese.gif

Általában: hatványközepek <=> $F(z)=z^{\alpha}$, $f(x)=x^{\alpha}$, $g(y)=y^{\alpha}$ $(\alpha \in \mathbb{R})$

rengeteg alkalmazás fizikában, geometriában, valószínűségszámításban

Szalkai István: *Mindennapi hatványösszegeink*, http://math.bme.hu/~hujter/170201.pdf

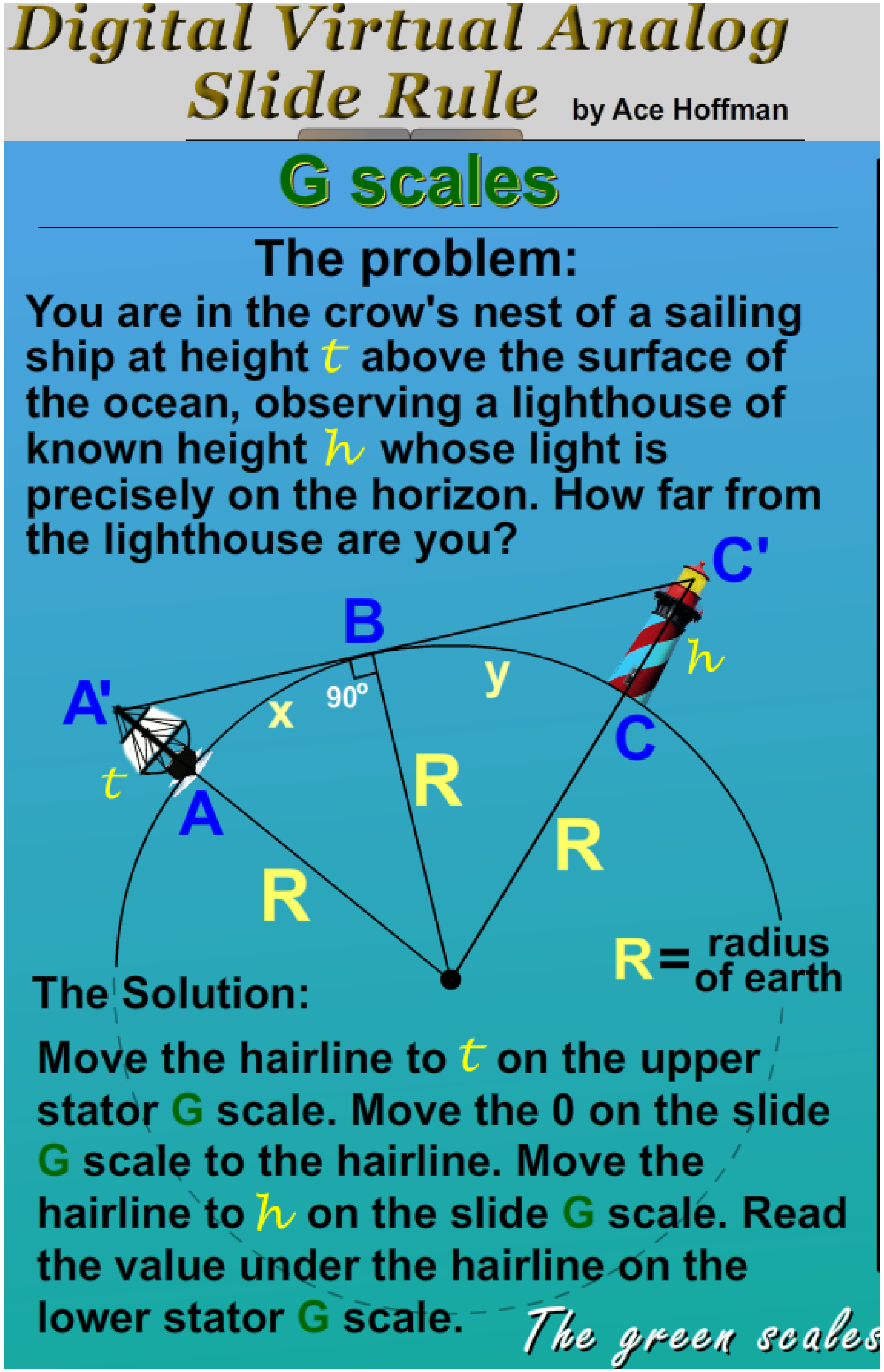
Egy *hétköznapi gyakorlati* alkalmazás:

$$z = R \cdot arccos\left(\frac{R}{R+t}\right) + R \cdot arccos\left(\frac{R}{R+t}\right)$$

Továbbiak:

$$\sqrt{\frac{p^2}{4} - q}\,,\ \sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}}\,,\ \frac{M}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\,,$$

T(S,R) = (aS+b)$^{\alpha}$·(cR+d)$^{\beta}$, ...



3. Ötlet: visszavezethető képletek, például:

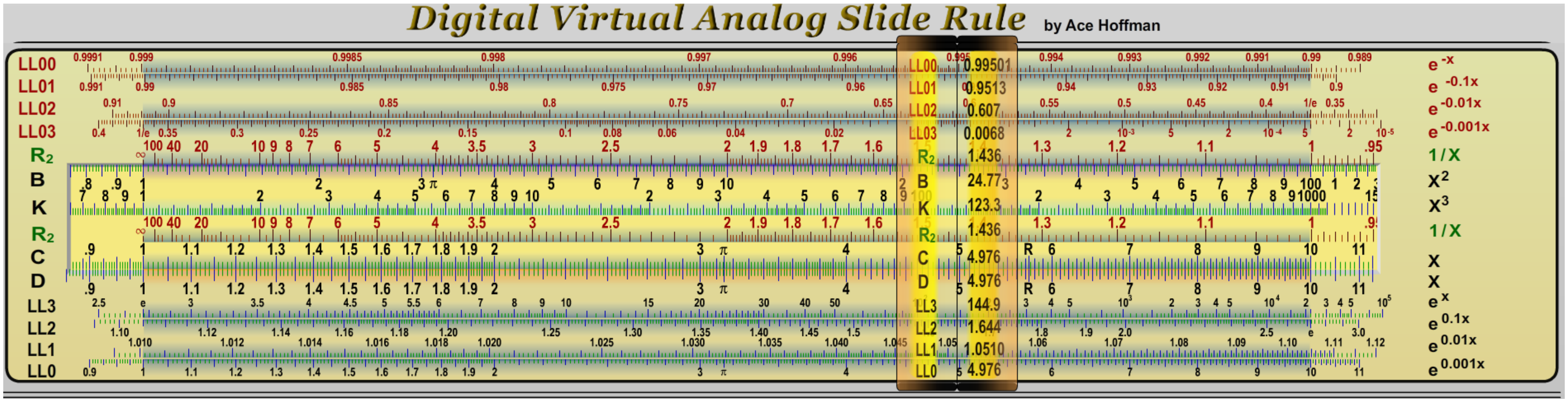
$a \cdot u(x) \cdot v(y) + b \cdot u(x) + c \cdot v(y) + d \cdot w(z) + e = 0$ <=> $\log\left(u(x) + \frac{c}{a}\right) + \log\left(v(y) + \frac{b}{a}\right) = \log\left(\frac{bc}{a^2} - \frac{dw(z)+e}{a}\right)$,

$u(x) \cdot v(\mathbf{y}) \cdot w(\mathbf{z}) + u(x) + v(\mathbf{y}) + w(\mathbf{z}) = 0$ <=> $log\left(\frac{1-u(x)}{1+u(x)}\right) + log\left(\frac{1-v(y)}{1+v(y)}\right) = -log\left(\frac{1-w(z)}{1+w(z)}\right)$

. . .

nomogramok . . .

Érdekesség:



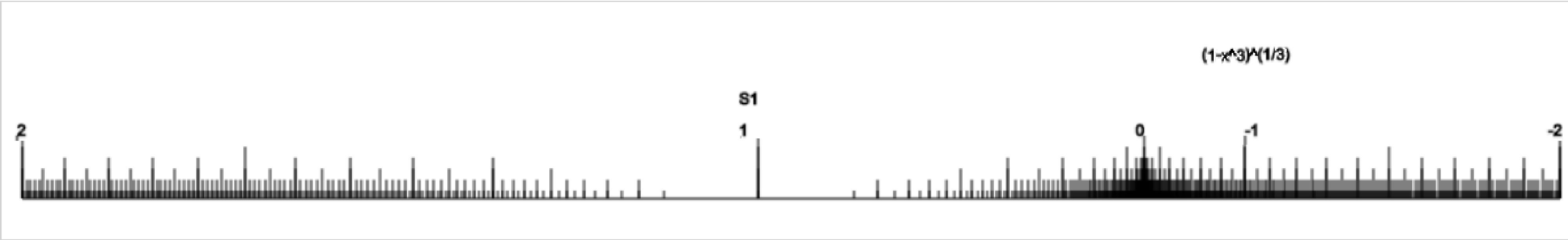
Ace-DigitalSlideRule-170303-RC.png

Hagyományos "C" és új "R_2" ($1/x$) skálák egymás alatt: $y_R = \log_{xc}(10)$

Wagstaff,D.A.,Norman,T.A.,Campbell,D.M.: *An Application for the Curiosity* ($\log_x N$), American Mathematical Monthly, Vol.100, No.6, pages 573-574, 1993. DOI: 10.2307/2324616.

További általános lehetőségek:

-4.852e+8 <= **xleft** = -2.0000 <= S1 <= **xright** = 2.0000 <= 4.852e+8



3rt(x3-1)-2-2.png

[*] **Szalkai István:** *On the General Shape of Scales on Slide Rules*, http://arxiv.org/abs/1706.03286

[*] http://math.uni-pannon.hu/~szalkai/RubberBand-confidental.html

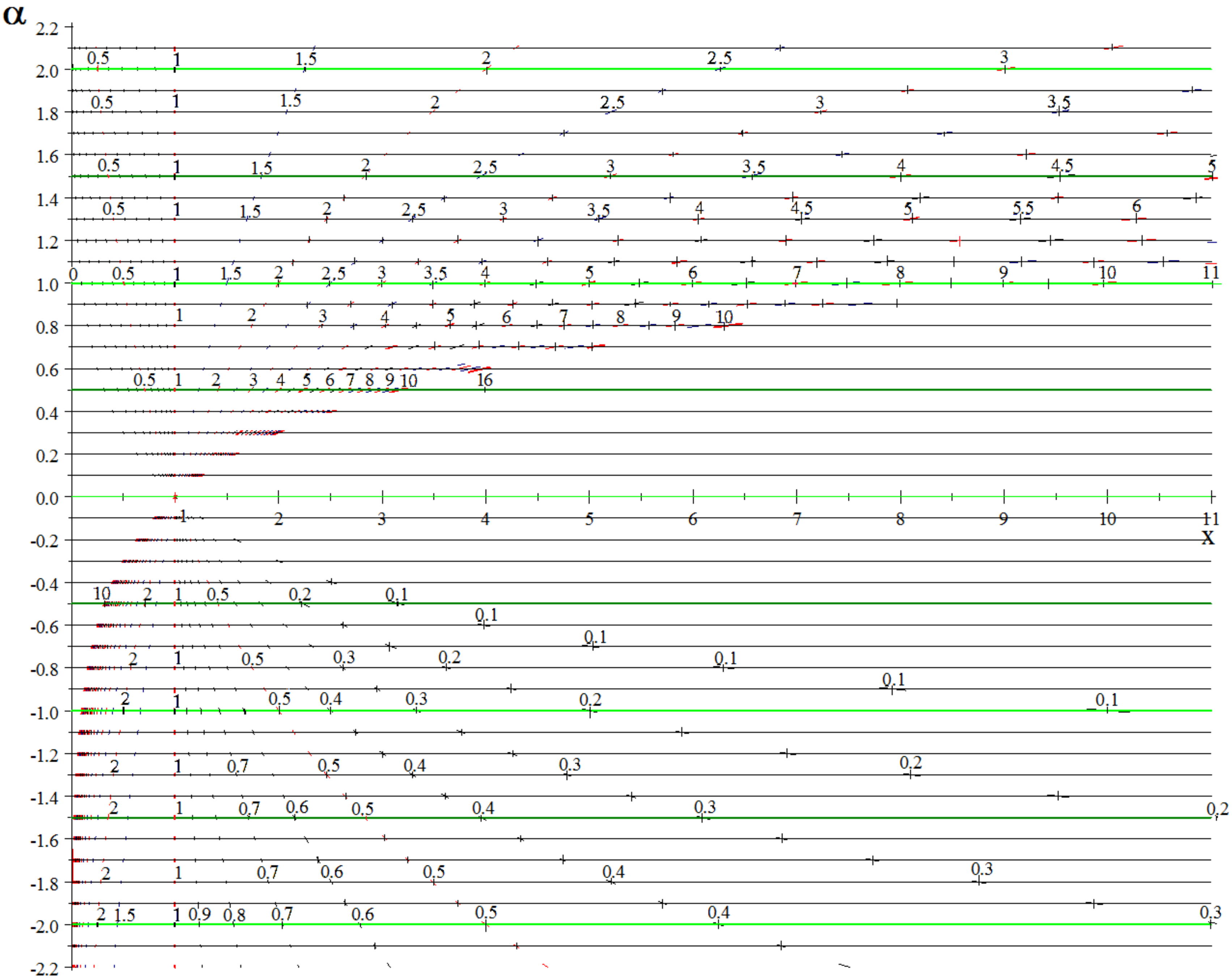
I) Mi ez ?

II) Első táblázatok

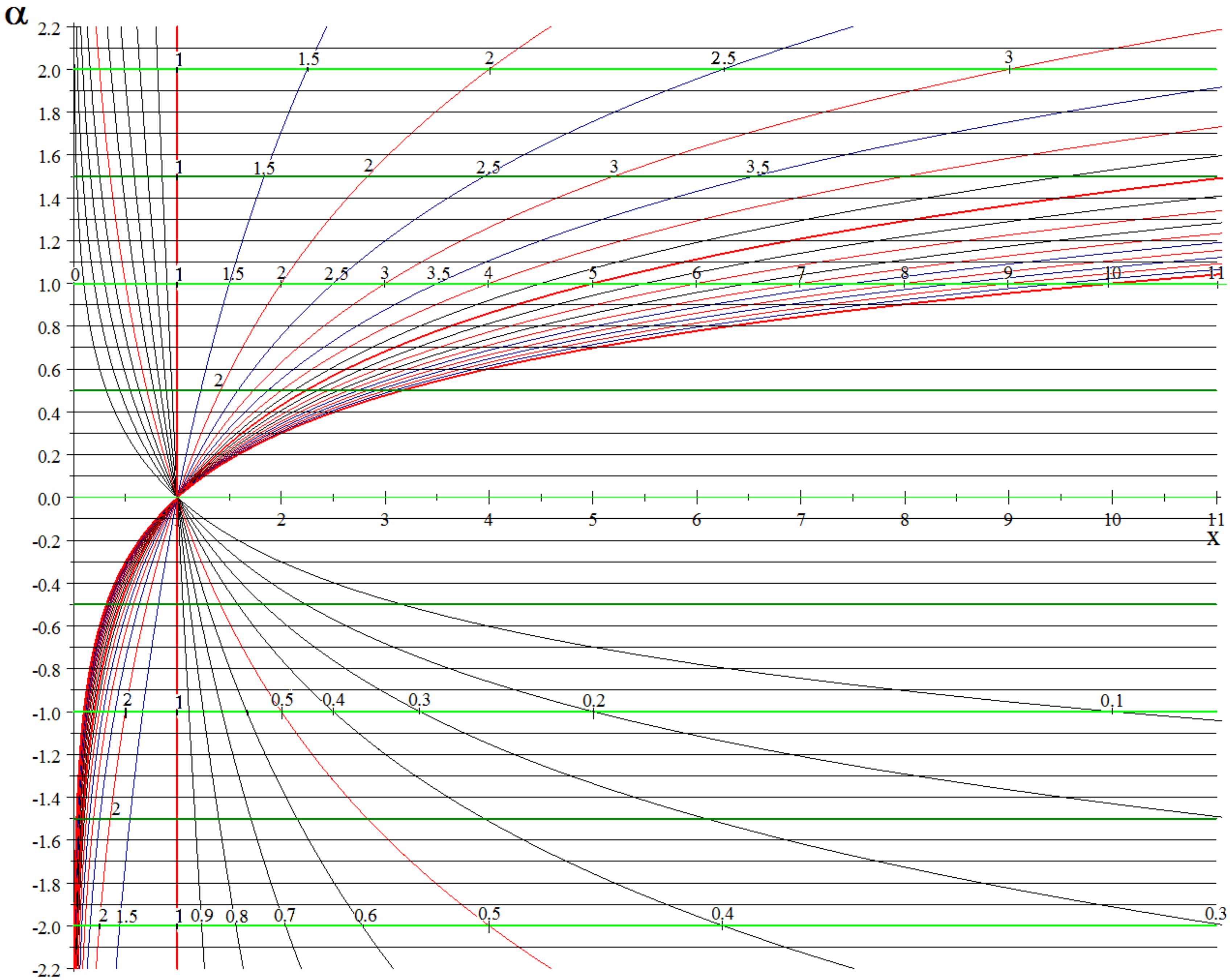
III) Képek

IV) Általában

V) Végtelen sok skála



Log-mind-skalak-1-sok-szam.png



Log-mind-skalak-1-bov.png

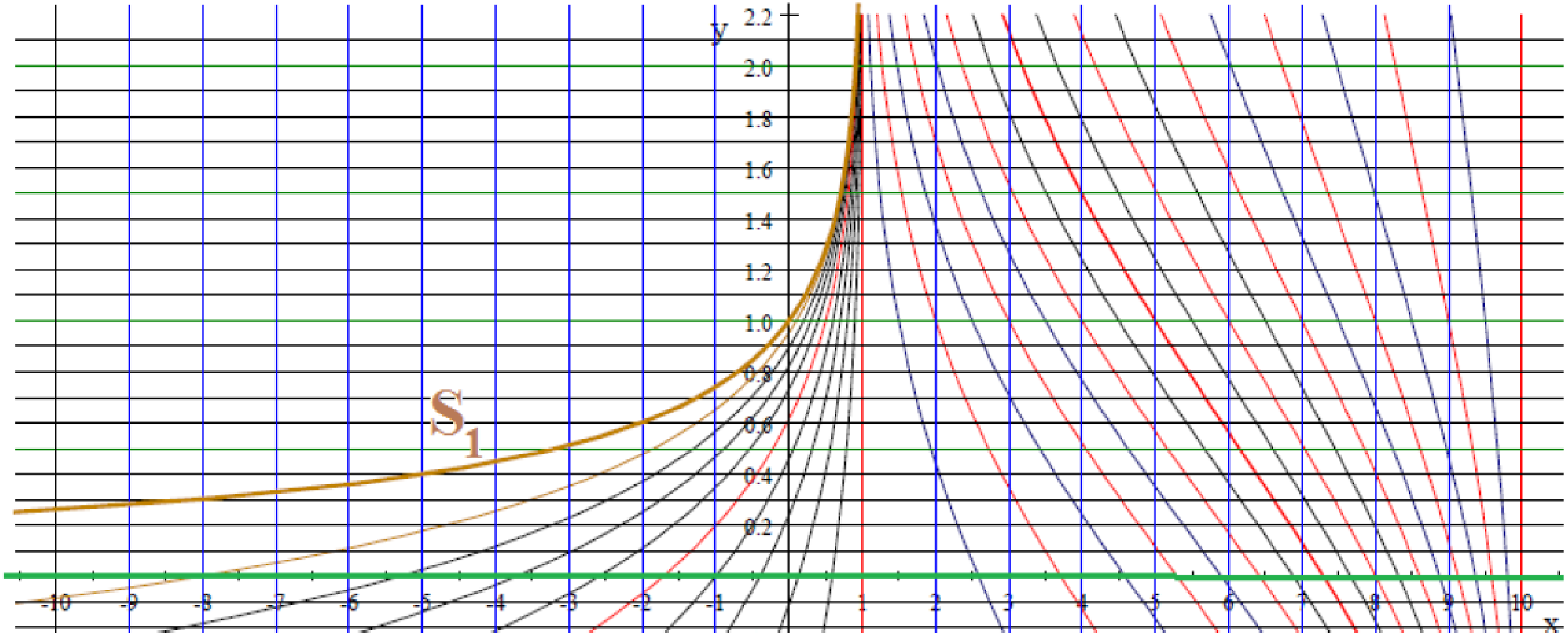


FIGURE 4. $c_\alpha = \frac{9}{10^\alpha - 1}$, $b_\alpha = 1 - c_\alpha$, ### One-h-tex-10-.png, 100% ###

Skálák a lineáris transzformációk után (10.png)

S_1 a skálák kezdőpontja (bal vége)

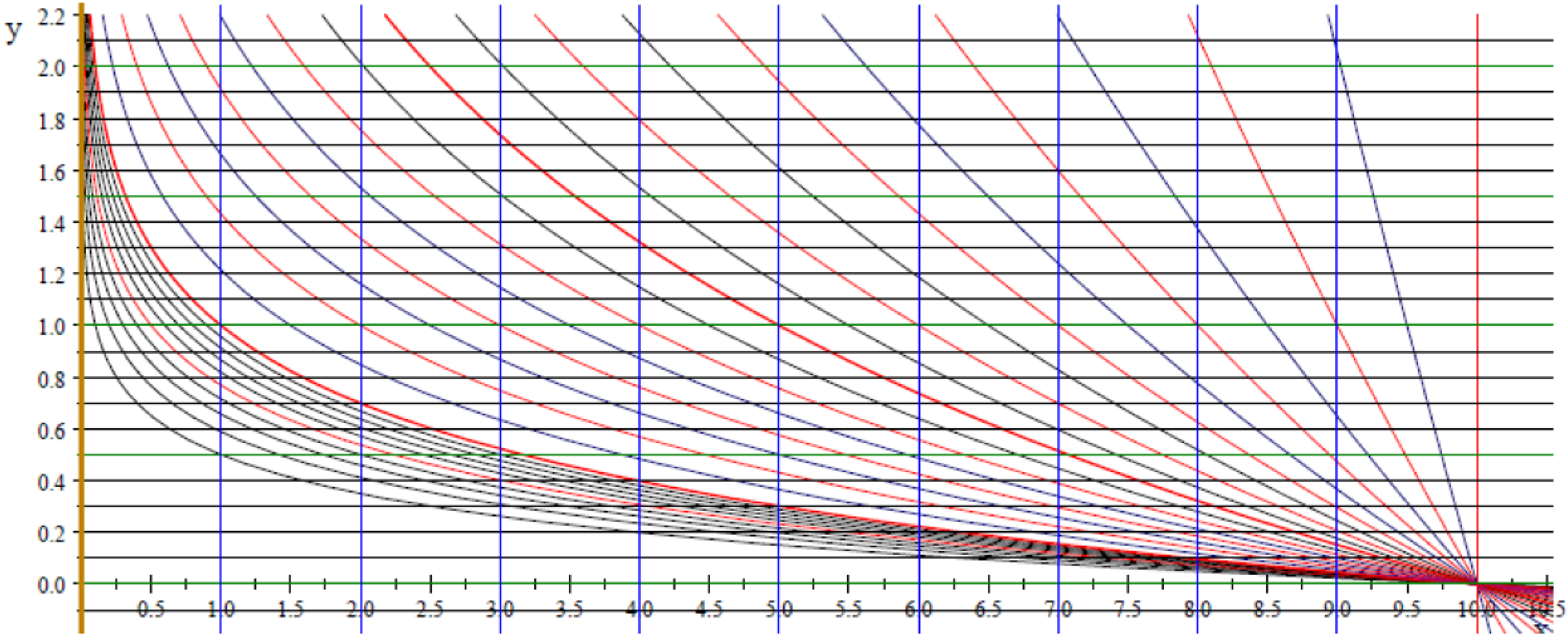


FIGURE 3. $c_\alpha = 10^{1\text{-}\alpha}$, $b_\alpha = 0$

One-h-tex-14-.png, 100%

Skálák más lineáris transzformációk után (14.png)

S_1 a skálák kezdőpontja (bal vége)

Irodalom:

[*] **Deák Ervin:** *Egy nevezetes matematikatörténeti évforduló:* 400 *éve jelent meg az első logaritmustáblázat*, Magyar Tudomány, 2014.dec., 1424-1432.old., http://www.matud.iif.hu/2014-12.pdf , http://www.matud.iif.hu/archive.htm

[*] The Oughtred Society (USA) http://www.oughtred.org/

[*] **Sweetman, David:** *TABLE 1. Slide Rule Scale Symbols and Meanings*, Journal of the Oughtred Society, 24:2, 2015, page 40, also on JOS Plus.

[*] **Hoffman, Ace:** *Digital Slide Rules*, http://www.animatedsoftware.com/elearning/DigitalSlideRule/index.html

[*] **Wagstaff,D.A.,Norman,T.A.,Campbell,D.M.**: *An Application for the Curiosity* ($\log_x N$), American Mathematical Monthly, Vol.100, No.6, pages 573-574, 1993. DOI: 10.2307/2324616.

[*] https://hu.wikipedia.org/wiki/Logarléc

[*] https://hu.wikipedia.org/wiki/Logaritmus

[*] https://en.wikipedia.org/wiki/Slide_rule

[*] https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_Tables_Project

[*] https://en.wikipedia.org/wiki/Human_computer

[*] https://en.wikipedia.org/wiki/Human-based_computation

[*] https://en.wikipedia.org/wiki/Mental_calculator

[*] https://en.wikipedia.org/wiki/Nomogram

[*] **Szalkai István:** *Mit tudhat egy számolóléc*?, KöMaL 1977, 146-151, http://db.komal.hu/scan/1977/04/97704146.g4.png , . . . , http://db.komal.hu/scan/1977/04/97704151.g4.png

[*] **Szalkai István:** *General Two-variable Functions on the Slide-rule*, http://arxiv.org/abs/1612.03955 , JOS megjelenés alatt

[*] **Szalkai István, Ace Hoffman:** *Constructing and Understanding New and Old Scales on Slide Rules*, http://arxiv.org/abs/1706.04390 , JOS megj. alatt

[*] **Szalkai István:** *On the General Shape of Scales on Slide Rules*, http://arxiv.org/abs/1706.03286

[*] **Szalkai István:** *All Scales* x^a *on One Slide Rule*, megjelenés alatt.

[*] **Szalkai István:** *Rubber Band for Scale Experiments*, http://math.uni-pannon.hu/~szalkai/RubberBand-confidental.html

[*] **Szalkai István:** *Matematika története irodalom*,
http://math.uni-pannon.hu/~szalkai/MatTorLinkek.html

[*] **Szalkai István:** *Mindennapi hatványösszegeink*, Haladvány Kiadvány,
http://math.bme.hu/~hujter/170201.pdf

Köszönöm a figyelmet !

```
         Évek
1900+                                   00 01 02 03 04 | 05 06 07 08 | 09 10 11 12 | 13 14 15 16
           | 17 18 19 20 | 21 22 23 24 | 25 26 27 28 | 29 30 31 32 | 33 34 35 36 | 37 38 39 40 | 41 42 43 44
           | 45 46 47 48 | 49 50 51 52 | 53 54 55 56 | 57 58 59 60 | 61 62 63 64 | 65 66 67 68 | 69 70 71 72
           | 73 74 75 76 | 77 78 79 80 | 81 82 83 84 | 85 86 87 88 | 89 90 91 92 | 93 94 95 96 | 97 98 99  |
2000+ 00   | 01 02 03 04 | 05 06 07 08 | 09 10 11 12 | 13 14 15 16 | 17 18 19 20 | 21 22 23 24 | 25 26 27 28
           | 29 30 31 32 | 33 34 35 36 | 37 38 39 40 | 41 42 43 44 | 45 46 47 48 | 49 50 51 52 | 53 54 55 56
           | 57 58 59 60 | 61 62 63 64 | 65 66 67 68 | 69 70 71 72 | 73 74 75 76 | 77 78 79 80 | 81 82 83 84
           | 85 86 87 88 | 89 90 91 92 | 93 94 95 96 | 97 98 99    |  |--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|-

      # Hónap   [8][5]  |  [4][9][6][3]     # Hónap       [8][5]  |  [4][9][6][3]  |
      #(nemszökő)   [10][7[12]   [11]       # szökő           [10][7[12]   [11]  |
      #               [1]          [2]      #                    [1]         [2]
      #
      #   Napok:      1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14
                     15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

 C  P So  V  H  K Se  C  P So  V  H  K Se  C  P So  V  H  K Se  C  P So  V  H  K Se  C  P So  V  H  K Se  C  P So  V
```

Log-orokNaptar-171105jav.png