

A

ELMÉLETI KÉRDÉSEK:

1) Adja meg az alábbi fogalmak definícióit: (4x4p)

- Rajzolja fel a $\sin(x)$ és $\arcsin(x)$ ($=\sin^{-1}$) függvényeket, adja meg a Dom , Im halmazokat és a függvények határértékeit Dom végpontjaiban.
- Összetett függvény (képlet és $Dom(f \circ g)$ is!).
- Sorozat véges határértéke (=konvergens sorozat).
- Határozatlan integrál (=primitív függvény).

2) Mondja ki az alábbi összefüggéseket, tételeket: (4x6p)

- Mértani sor konvergenciája és összegképlete.
- Összefüggés egy függvény monotonitása és deriváltjának előjele között (min. 2 tétel).
- Integrál kiszámítása I. típusú helyettesítéssel és annak három speciális esete.
- Elégséges feltétel kétváltozós függvény szélsőértékének létezésére a másodrendű parciális deriváltakkal.

FELADATOK:

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 9n - 35}{2n^2 - 3n + 9} = ? \quad (5p)$$

4) Formálisan differenciálja az alábbi függvényeket:

$$f(x) = \operatorname{tg}(4x-1) e^x \quad g(x) = (3 + \cos(5x))^2 + \ln(7x) \quad (5+5p)$$

5) Adja meg a fenti $f(x)$ függvény grafikonját az $x_0 := \pi/16$ abszcisszájú pontjában érintő egyenes egyenletét! (5p)

6) Végezzen teljes függvényvizsgálatot majd vázolja a $h(x) = x^3 + 7.5x^2 + 18x$ függvényt! (10p)

$$7) \int x^7 - \sqrt{x} - \sin(2x) dx = ? \quad \int \frac{\ln(x)}{x} dx = ? \quad (5+5p)$$

Összesen: 80p

B

ELMÉLETI KÉRDÉSEK:

1) Adja meg az alábbi fogalmak definícióit: (4x4p)

- Rajzolja fel a $\operatorname{tg}(x)$ és $\operatorname{arctg}(x)$ ($=\operatorname{tg}^{-1}$) függvényeket, adja meg a Dom , Im halmazokat és a függvények határértékeit $+\infty$ és $-\infty$ -ben.
- Függvény inverze (képlet és $Dom(f^{-1})$ is!).
- Differenciálhányados (= "derivált") adott x_0 pontban.
- Határozott integrál (görbe alatti terület téglalapfelosztásokkal).

2) Mondja ki az alábbi összefüggéseket, tételeket: (4x6p)

- $f(x)$ függvény érintőjének egyenlete adott x_0 pontban.
- Összefüggés egy függvény szélsőértékhelyei és deriváltjának gyökei között (min. 2 tétel).
- Parciális integrálás módszere.
- Szükséges feltétel kétváltozós függvény szélsőértékének létezésére a parciális deriváltakkal.

FELADATOK:

$$3) \text{ Adja meg az } f \circ g \text{ függvényt ha } f(x) = \sqrt{3+2x} \text{ és } g(x) = 2-5x \quad (5p)$$

($f \circ g$ értelmezési tartományát is határozza meg!)

4) Formálisan differenciálja az alábbi függvényeket:

$$f(x) = (5 - \sin(3x))^2 + 7^x \quad g(x) = \ln(1+4x) \cdot \sqrt{x} \quad (5+5p)$$

5) Keresse meg a $h(x) = x + 1/x$ függvény szélsőértékeit. (5p)

6) Végezzen teljes függvényvizsgálatot majd vázolja a $k(x) = x^3 + 1.5x^2 - 6x$ függvényt! (10p)

$$7) \int x^5 - \frac{2}{x} + \cos(3x) dx \quad \int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx = ? \quad (5+5p)$$

Összesen: 80 p

C

ELMÉLETI KÉRDÉSEK:

1) Adja meg az alábbi fogalmak definícióit:

(4x4p)

- a) Rajzolja fel az $\exp(x) := e^x$ és $\ln(x)$ ($=\exp^{-1}$) függvényeket, adja meg a Dom , Im halmazokat és a függvények határértékeit Dom végpontjaiban.
- b) Összetett függvény (képlet és $Dom(f \circ g)$ is!).
- c) Sorozat végtelen ($\pm\infty$) határértéke.
- d) Taylor- polinom fogalma és alkalmazása ("mire jó?").

2) Mondja ki az alábbi összefüggéseket, tételeket:

(4x6p)

- a) Mértani sor konvergenciája és összegképlete.
- b) Összefüggés egy függvény szélsőértékhelyei és deriváltjának gyökei között (min. 2 tétel).
- c) Szorzat-, hányados- és összetett függvények deriválási szabályai.
- d) Szükséges feltétel kétváltozós függvény szélsőértékének létezésére az elsőrendű parciális deriváltakkal.

FELADATOK:

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{31n^2 + 5n - 35}{n^3 - 5n + 19} = ?$ (5p)

4) Formálisan differenciálja az alábbi függvényeket:

$$f(x) = \sin(4x+1) \cdot 2^x \qquad g(x) = \ln(3+\cos(x)) + 7x \qquad (5+5p)$$

5) Adja meg a fenti $g(x)$ függvény grafikonját az $x_0 = \pi/13$ abszcisszájú pontjában érintő egyenes egyenletét! (5p)

6) Végezzen teljes függvényvizsgálatot majd vázolja a $h(x) = x^4 - x^2$ függvényt! (10p)

7) $\int x^5 - \frac{1}{x} - \cos(5x) dx = ?$ $\int \frac{x+1}{x^2+2x-7} dx = ?$ (5+5p)

Összesen: **80p**

D

ELMÉLETI KÉRDÉSEK:

1) Adja meg az alábbi fogalmak definícióit:

(4x4p)

- a) Rajzolja fel a $\cos(x)$ és $\arccos(x)$ ($=\cos^{-1}$) függvényeket, adja meg a Dom , Im halmazokat és a függvények határértékeit Dom végpontjaiban.
- b) Függvény véges határértéke ($\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$).
- c) Stacionárius- és inflexiós pontok.
- d) Határozatlan integrál (=primitív függvény).

2) Mondja ki az alábbi összefüggéseket, tételeket:

(4x6p)

- a) Rendőrszabály (sorozatok határértékéről).
- b) Összefüggés egy függvény konvexitása és második deriváltjának előjele között (min. 2 tétel).
- c) Érintő egyenlete (a benne szereplő betűk és jelek magyarázatával).
- d) Szükséges feltétel kétváltozós függvény szélsőértékének létezésére az elsőrendű parciális deriváltakkal.

FELADATOK:

3) A L'Hospital szabály felhasználásával számítsa ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x^3 + x^2 + 9}$ határértéket! (5p)

4) Formálisan differenciálja az alábbi függvényeket:

$$f(x) = \operatorname{tg}(4x+1) \cdot 2^x \qquad g(x) = \sqrt{8 - \cos(x)} + 4x^2 \qquad (5+5p)$$

5) Adja meg a fenti $f(x)$ függvény grafikonját az $x_0 = 2.13$ abszcisszájú pontjában érintő egyenes egyenletét! (5p)

6) Végezzen teljes függvényvizsgálatot majd vázolja a $h(x) = x^5 - x^3$ függvényt! (10p)

7) $\int x^5 - \frac{1}{x} - \cos(5x) dx = ?$ $\int \frac{x+1}{x^2+2x-7} dx = ?$ (5+5p)

Összesen: **80p**

E

ELMÉLETI KÉRDÉSEK:

1) Adja meg az alábbi fogalmak definícióit:

(4x4p)

- Rajzolja fel a $tg(x)$ és $arctg(x)$ ($=tg^{-1}$) függvényeket, adja meg a Dom , Im halmazokat és a függvények határértékeit Dom végpontjaiban.
- Függvény végtelen határértéke ($\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$).
- Függvény differenciálhányadosa (=deriváltja) egy adott x_0 pontban.
- Határozott integrál (görbe alatti terület téglalapfelosztásokkal).

2) Mondja ki az alábbi összefüggéseket, tételeket:

(4x6p)

- $y=f(x)$ függvény invertálhatóságának feltétele, az inverzfüggvény "képlete" és grafikonja, $Dom(f^{-1}(x))$.
- L'Hospital szabály (előfeltételeivel együtt) hányadosfüggvény határértékéről.
- Newton-Leibniz szabály (a benne szereplő betűk és jelek magyarázatával).
- Elégséges feltétel kétváltozós függvény szélsőértékének létezésére a másodrendű parciális deriváltakkal.

FELADATOK:

3)
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \ln^3 + 5n - 35}{4n^2 + 8n + 19} = ?$$

(5p)

4) Formálisan differenciálja az alábbi függvényeket:

$$f(x) = \sin(3x+1) \cdot 2^x \qquad g(x) = \arctg(3+5x) + 7x^3$$

(5+5p)

5) Adja meg a fenti $g(x)$ függvény grafikonját az $x_0 = 4.13$ abszcisszájú pontjában érintő egyenes egyenletét! (5p)

6) Végezzen teljes függvényvizsgálatot majd vázolja a $h(x) = x^2 - x^4$ függvényt! (10p)

7) $\int x^7 - \sqrt{x} - \sin(2x) dx = ?$ $\int \frac{\ln(x)}{x} dx = ?$

(5+5p)

Összesen: 80p

F

ELMÉLETI KÉRDÉSEK:

1) Adja meg az alábbi fogalmak definícióit:

(4x4p)

- Rajzolja fel az x^3 és $\sqrt[3]{x}$ (köbgyök) függvényeket, adja meg a Dom , Im halmazokat és a függvények határértékeit Dom végpontjaiban.
- Korlátos és monoton növekvő sorozat.
- Függvény differenciálhányadosa (=deriváltja) egy adott x_0 pontban.
- Határozatlan integrál (=primitív függvény).

2) Mondja ki az alábbi összefüggéseket, tételeket:

(4x6p)

- $y=f(x)$ függvény invertálhatóságának feltétele, az inverzfüggvény "képlete" és grafikonja, $Dom(f^{-1}(x))$.
- a^n mértani sorozatok konvergenciája és határértéke (a értékétől függően).
- Newton-Leibniz szabály (a benne szereplő betűk és jelek magyarázatával).
- Parciális integrálás képlete és három speciális esete (a benne szereplő betűk és jelek magyarázatával).

FELADATOK:

3) Számítsa ki az $y = \frac{5}{\sqrt{4+x} - 7}$ függvény inverzét és az inverz függvény értelmezési tartományát (az invertálhatóság feltételét nem kell ellenőriznie).

(5p)

4) Formálisan differenciálja az alábbi függvényeket (összes változója szerint):

$$f(x) = \cos(3-2x) \cdot 2^x \qquad g(x,y) = \ln(3y+5x)$$

(5+5p)

5) Adja meg a fenti $f(x)$ függvény grafikonját az $x_0 = 1.23$ abszcisszájú pontjában érintő egyenes egyenletét! (5p)

6) Végezzen teljes függvényvizsgálatot majd vázolja a $h(x) = \frac{1}{1+x^2}$ függvényt! (10p)

7) $\int x^{-7} - \sqrt{x} - \cos(2x) dx = ?$ $\int x \cdot \ln(x) dx = ?$

(5+5p)

Összesen: 80p

P9 - FELADATOK

- 3) Formálisan differenciálja az $f(x) = \operatorname{tg}x \cdot (x^2+x) + \ln(2x+5) - \frac{3x}{x^4+1}$ függvényt, majd adja meg az $f(x)$ függvény grafikonját az $x_0 = 2(\text{rad})$ abszcisszájú pontjában érintő egyenes egyenletét! (5+5p)
- 4) Oldja meg közelítőleg a $3\cos(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}$ egyenletet (három közelítő lépés elég)! (5p)
- 5) Végezzen teljes függvényvizsgálatot majd vázolja a $h(x) = \frac{x}{e^x}$ függvényt! (10p)
- 6) $\int x^3 - \sqrt{x} + \frac{1}{x} + 1 + 2\operatorname{tg}(3x) dx = ?$ (5p)
- 7) Közelítőleg számítsa ki a $\int_{0,8}^{1,8} \frac{x}{\sin(x)} dx$ határozott integrált trapézformulával, az intervallumot $n=10$ részre osztva! Becsülje meg a közelítés hibáját is! (5+5p)

P10 - FELADATOK

- 3) Formálisan differenciálja a $g(x) = \ln(x^2+x) - x \cdot \sin(2x+5) - \frac{5x^2}{x+7}$ függvényt, majd adja meg a $g(x)$ függvény grafikonját az $x_0 = 3(\text{rad})$ abszcisszájú pontjában érintő egyenes egyenletét! (5+5p)
- 4) Oldja meg közelítőleg az $\ln(x) = (x-5)^2$ egyenletet (három közelítő lépés elég)! (5p)
- 5) Végezzen teljes függvényvizsgálatot majd vázolja a $k(x) = x \cdot e^x$ függvényt! (10p)
- 6) $\int x^3 - x^{-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} + 1 + 3\cos(2x) dx = ?$ (5p)
- 7) Közelítőleg számítsa ki a $\int_{0,1}^{2,1} e^{-x^2} dx$ határozott integrált Simpson-formulával ($e^{-x^2} = \exp(-x^2)$), az intervallumot $n=20$ részre osztva! Becsülje meg a közelítés hibáját is! (5+5p)

P12 - FELADATOK

- 3) Formálisan differenciálja az $f(x) = \operatorname{tg}(x^2+1) \cdot \ln(2x+5) - \frac{3x}{x^4+1}$ függvényt, majd adja meg az $f(x)$ függvény grafikonját az $x_0 = 2(\text{rad})$ abszcisszájú pontjában érintő egyenes egyenletét! (5+5p)
- 4) Oldja meg közelítőleg a $3\ln(x) = x^3/2 - 1/3$ egyenletet (három közelítő lépés elég)! (5p)
- 5) Végezzen teljes függvényvizsgálatot majd vázolja a $h(x) = e^x/x$ függvényt! (10p)
- 6) $\int x^3 - \sqrt{x} + \frac{1}{x^2} + 7 + 3\operatorname{tg}(5x) dx = ?$ (5p)
- 7) Közelítőleg számítsa ki a $\int_0^1 \frac{x}{\cos(x)} dx$ határozott integrált trapézformulával, az intervallumot $n=10$ részre osztva! Becsülje meg a közelítés hibáját is! (5+5p)

P12 - FELADATOK

- 3) Formálisan differenciálja az $f(x) = \operatorname{tg}(x^2+1) \cdot \ln(2x+5) - \frac{3x}{x^4+1}$ függvényt, majd adja meg az $f(x)$ függvény grafikonját az $x_0 = 2(\text{rad})$ abszcisszájú pontjában érintő egyenes egyenletét! (5+5p)
- 4) Oldja meg közelítőleg a $3\ln(x) = x^3/2 - 1/3$ egyenletet (három közelítő lépés elég)! (5p)
- 5) Végezzen teljes függvényvizsgálatot majd vázolja a $h(x) = e^x/x$ függvényt! (10p)
- 6) $\int x^3 - \sqrt{x} + \frac{1}{x^2} + 7 + 3\operatorname{tg}(5x) dx = ?$ (5p)
- 7) Közelítőleg számítsa ki a $\int_0^1 \frac{x}{\cos(x)} dx$ határozott integrált trapézformulával, az intervallumot $n=10$ részre osztva! Becsülje meg a közelítés hibáját is! (5+5p)