2016. március 16. A. (II. félév) Név:

Gyakorlat vezető:

Gyakorlat időpontja:

1. Vizsgálja meg az alábbi sor konvergenciáját bármely $x > 0$ esetén:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(1+2x)(1+3x)\dots(1+nx)}{(x+2)(x+3)\dots(x+n)}.$$

2. (a) Konvergens-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+2} \tag{1}$$

sor?

(b) A

$$\sum_{n=1}^{k} \frac{n}{n^2+2} \geq \frac{1}{3} \sum_{n=1}^{k} \frac{1}{n}, \quad k \geq 1$$

egyenlőtlenség felhasználásával vizsgálja meg az (1) sor abszolút konvergenciáját.

3. Számítsa ki közelítőleg a $\ln\left(e + \frac{1}{10}\right)$ értékét a $T_e^3(\ln)$ felhasználásával, és becsülje meg a hibát.

4. A geometriai sor konvergencia tulajdonságait felhasználva $\left(\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q},\ \ |q| < 1\right)$, adja meg az

$$f \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{1+2x}$$

függvény 0-körüli Taylor-sorát, és adja meg a sor konvergenciasugarát.

5. Oldja meg a következő egyenletet a komplex számok körében:

$$(\mathrm{Re}(z))^2 i + 2\bar{z}^2 = |z|^2 - \mathrm{Im}(z), \quad z \in \mathbb{C}.$$

6. Ábrázolja a komplex számsíkon azoknak a z komplex számoknak a halmazát, amelyekre

$$|z - i| \leq |z + 3|, \quad z \in \mathbb{C}.$$

7. Adja meg a $-2 + 3i$ trigonometrikus alakját, és a tizedik gyökeit.

Pontszámok:

1.	8p.	3.	8p.	6.	6p.
2.a.	5p.	4.	6p.	7.	6p.
2.b.	3p.	5.	8p.		

Összesen: 50p.