

1. Mikor mondjuk, hogy az $f \in \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$ függvény az $a \in \mathbb{R}^p$ helyen az $u \in \mathbb{R}^p$ irányra nézve differenciálható? Legyen $f \in \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ differenciálható a $(0, 0)$ -nál, és $Df(0, 0) \neq (0, 0)$. Igaz-e, hogy az $f(0, 0)$ -beli iránymenti deriváltjai között van pozitív és negatív is?
2. Mit értünk a $H \subset \mathbb{R}^p$ mérhető halmaz egy felosztásán, és a felosztáshoz tartozó közbülsőpont-rendszeren? Mikor mondjuk, hogy a felosztás $\delta > 0$ -nál finomabb? Adja meg az $f \in \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = xy^2$ függvény $[0, 2] \times [0, 2]$ halmazon vett olyan integrálközelítő összegét, amely egy négy elemű felosztáshoz tartozik.
3. A folytonosságra vonatkozó átviteli elv $\mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$ típusú függvények esetén. Az állítás megfogalmazása. Az $f : B((0, 0), 1) \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre $\text{im}(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Folytonos-e az f ?
4. Az $a + bi \neq 0$ komplex szám n -edik gyökeinek létezéséről, és azok alakjáról szóló állítás megfogalmazása. Adja meg: $\frac{4-i}{2+3i}$, a $-3 - i$ trigonometrikus alakja.
5. Adja meg az $f \in \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \ln(x) - \frac{6y^2}{x} + y^2 - x$ függvény lokális szélsőértékhelyeit.
6. Számítsa ki az $\iint_H xy^2 dx dy$ integrált, ahol

$$H := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

7. Oldja meg az alábbi kezdetiérték feladatot:

$$\left. \begin{aligned} x'(t) + \frac{1}{t}x(t) &= \sin(2t) \\ x\left(-\frac{\pi}{4}\right) &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

8. Oldja meg az alábbi kezdetiérték feladatot:

$$\left. \begin{aligned} x'(t) &= \frac{x(t)}{t} + \frac{1}{2\left(\frac{x(t)}{t} - 1\right)} \\ x(2) &= 4 \end{aligned} \right\}.$$

Pontszámok:

- | | | | | | |
|----|-------------|----|---------|----|-----|
| 1. | 5 + 3p. | 4. | 5 + 3p. | 7. | 6p. |
| 2. | 2 + 1 + 2p. | 5. | 6p. | 8. | 6p. |
| 3. | 5 + 3p. | 6. | 6p. | | |

Összesen: 56p.;

- | | | | | | |
|---------|---|---------|---|---------|---|
| 0 – 20 | 1 | 30 – 38 | 3 | 48 – 56 | 5 |
| 21 – 29 | 2 | 39 – 47 | 4 | | |