2016. június 21. II. félév Név:

1. Mikor mondjuk, hogy az $f \in \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}$ függvény folytonos az $a \in \mathbb{R}^p$ pontban? Igazolja a definíció alapján, hogy a $pr_1 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ függvény bármely (a, b) pontban folytonos.

2. Legyen $f \in \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}$ C^n-osztályú, $a \in \mathrm{dom}(f)$ és $h = (h_1, \ldots, h_p) \in \mathbb{R}^p$. Mit értünk a $D^n f(a)(h)$ kifejezésen? Igaz-e, hogy $D^1 f(a)(h) = \langle \mathrm{grad}\, f(a), h \rangle$?

3. A Cauchy-Hadamard tétel megfogalmazása. A $\sum\limits_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n$ hatványsor a $]0, 4a[$ intervallum bármely pontjában abszolút konvergens. Abszolút konvergens-e a $-a$ pontban?

4. A polárkoordinátás helyettesítés. Az állítás megfogalmazása. Adja meg a $(-3, -2) \in \mathbb{R}^2$ pontot polárkoordinátákkal.

5. Legyen
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x^2 e^{2y}.$$
Differenciálható-e az f? Adja meg: $Df(2, 0)$; a $(2, 0)$-beli legnagyobb irány menti derivált, ha létezik; $T^2_{(2,0)}(f)$.

6. Számítsa ki az
$$\iint\limits_H \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2+1}} dxdy$$
integrált, ahol
$$H := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0 \right\}.$$

7. Oldja meg az alábbi kezdetiérték feladatot:
$$\left.\begin{aligned} x'(t) &= \frac{1}{\sin\left(\frac{x(t)}{t}\right)} + \frac{x(t)}{t} \\ x(2) &= \frac{2\pi}{3} \end{aligned}\right\}.$$

8. Adja meg az alábbi kezdetiérték feladatot:
$$\left.\begin{aligned} x'(t) + 2x(t) &= t \\ x(0) &= \tfrac{3}{4} \end{aligned}\right\}.$$

Pontszámok:

1.	$5+3p.$	4.	$5+3p.$	7.	$6p.$
2.	$5+3p.$	5.	$6p.$	8.	$6p.$
3.	$5+3p.$	6.	$6p.$		

Összesen: 56p.;

$0-20$	1	$30-38$	3	$48-56$	5
$21-29$	2	$39-47$	4		