2016. május 4. B. (II. félév) Név:

Gyakorlat vezető:

Gyakorlat időpontja:

1. Legyen
$$f \in \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 0, & \text{különben} \end{cases}.$$
   (a) Igazolja, hogy az f nem folytonos a $(0,0)$-nál.

   (b) Milyen irányokra nézve differenciálható az f a $(0,0)$-nál?

2. Legyen
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \operatorname{arctg}\left(x - y^2\right).$$
   (a) Vizsgálja meg az f-et differenciálhatóság szempontjából.

   (b) Adja meg: $Df(2,1)$; $D_{\left(1/\sqrt{10}, 3/\sqrt{10}\right)} f(2,1)$; a $(2,1)$-beli legnagyobb irány menti derivált, ha létezik; a $(2,1)$-beli érintősík egyenlete.

3. Legyen
$$f \in \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \sqrt{2x - y}.$$
   Adja meg az f $(2,3)$-körüli másodrendű Taylor-polinomját.

4. Adja meg az
$$f \in \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = x \ln\left(y^2 + 1\right) - x \ln(x) + x + \frac{2}{5} y^5$$
   függvény lokális szélsőértékhelyeit.

5. Legyen $H \subset \mathbb{R}^2$ az $y = 0$, $y = x + \frac{\pi}{2}$, és az $y = \arccos(x)$ egyenletű görbék által határolt korlátos halmaz. Bontsa fel az
$$\iint_H y\,dx\,dy$$
   integrált kettő egyszeres integrálra mindkét sorrendben, és az egyik eset felhasználásával számítsa ki az integrált.

6. Cserélje fel az integrálások sorrendjét.
$$\int_{-2}^{2} \left(\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{2-|x|} f(x,y)\,dy \right) dx.$$

Pontszámok:

1.a.	4p.	2.b.	8p.	5.	9p.
1.b.	4p.	3.	6p.	6.	6p.
2.a.	4p.	4.	9p.		

Összesen: 50p.