2016. március 16. B. (II. félév) Név:

Gyakorlat vezető:

Gyakorlat időpontja:

1. Vizsgálja meg az alábbi sor konvergenciáját bármely $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, -2, \ldots\}$ esetén:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+nx}{x+n} \right)^n .$$

2. Konvergens-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+1} \tag{1}$$

sor? A

$$\sum_{n=1}^{k} \frac{\sqrt{n}}{n+1} \geq \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{n}}, \quad k \geq 1$$

egyenlőtlenség felhasználásával vizsgálja meg az (1) sor abszolút konvergenciáját.

3. Legyen $h \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h(x) = x^{-1/2}$. Számítsa ki közelítőleg az $\frac{1}{\sqrt{1{,}1}}$ értékét a $T_1^3(h)$ felhasználásával, és becsülje meg a hibát.

4. A geometriai sor konvergencia tulajdonságait felhasználva $\left(\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}, \ |q| < 1 \right)$, adja meg az

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{1 + \frac{x}{3}}$$

függvény 0-körüli Taylor-sorát, és adja meg a sor konvergenciasugarát.

5. Oldja meg a következő egyenletet a komplex számok körében:

$$(\mathrm{Im}(z))^2 - \overline{z}^2 i = |z|^2 + \mathrm{Re}(z), \quad z \in \mathbb{C}.$$

6. Ábrázolja a komplex számsíkon azoknak a z komplex számoknak a halmazát, amelyekre

$$|z + 2i| \leq |z - 4|, \quad z \in \mathbb{C}.$$

7. Adja meg a $-3 + 2i$ trigonometrikus alakját, és a nyolcadik gyökeit.

Pontszámok:

1.	$8p.$	3.	$8p.$	6.	$6p$
2.$a.$	$5p.$	4.	$6p.$	7.	$6p.$
2.$b.$	$3p.$	5.	$8p.$		

Összesen: 50p.