2016. május 4. A. (II. félév) Név:

Gyakorlat vezető:

Gyakorlat időpontja:

1. Legyen
$$f \in \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2}{y}, & \text{ha } y \neq 0 \\ 0, & \text{különben} \end{cases}.$$
(a) Igazolja, hogy az f nem folytonos a $(0,0)$-nál.
(b) Milyen irányokra nézve differenciálható az f a $(0,0)$-nál?

2. Legyen
$$f \in \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \sqrt{x^2 - y}.$$
(a) Vizsgálja meg az f-et differenciálhatóság szempontjából.
(b) Adja meg: $Df(2,3)$; $D_{\left(1/\sqrt{10}, 3/\sqrt{10}\right)} f(2,3)$; a $(2,3)$-beli legnagyobb irány menti derivált, ha létezik; a $(2,3)$-beli érintősík egyenlete.

3. Legyen
$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \operatorname{arctg}(x - 2y).$$
Adja meg az f $(3,1)$-körüli másodrendű Taylor-polinomját.

4. Adja meg az
$$f \in \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = y \ln\left(x^2+1\right) - y \ln(y) + y + \frac{2}{3}x^3$$
függvény lokális szélsőértékhelyeit.

5. Legyen $H \subset \mathbb{R}^2$ az $x = 0$, $x = 1$, az $y = \sqrt{x}$ és az $y = e^x$ egyenletű görbék által határolt korlátos halmaz. Bontsa fel az
$$\iint_H 2xy\,dx\,dy$$
integrált kettő egyszeres integrálra mindkét sorrendben, és az egyik eset felhasználásával számítsa ki az integrált.

6. Cserélje fel az integrálások sorrendjét.
$$\int_{-1}^{1} \left(\int_{|y|-1}^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)\,dx \right) dy.$$

Pontszámok:

1.a.	4p.	2.b.	8p.	5.	9p.
1.b.	4p.	3.	6p.	6.	6p.
2.a.	4p.	4.	9p.		

Összesen: 50p.