

Tartalomjegyzék

Bevezetés	xi
0.1 Általános jelölések	xv
I Kombinatorika	1
1 Halmazok	3
1.1 Halmazok definíciója	3
1.2 Boole - algebrák	6
1.3 Minőségi függetlenség és véges Boole-algebrák	12
1.4 Feladatok	19
1.5 Hivatkozások	19
2 Elemi leszámítások	21
2.1 Általános módszerek	21
2.2 Teljes indukció	24
2.3 Permutációk, variációk, kombinációk	27
2.3.1 Permutációk	28
2.3.2 Variációk, kombinációk	31
2.4 A Stirling formula	40
2.5 Feladatok	41
2.6 Megoldások	44
2.7 Hivatkozások	44
3 Binomiális és polinomiális együtthatók	47
3.1 Binomiális és polinomiális tételek	47
3.2 A binomiális együtthatók tulajdonságai	51
3.3 Összezési módszerek	56

3.3.1 Binomiális együtthatók összegei	57
3.3.2 Hatványok összege	59
3.4 Rugalmas pénzérmék	62
3.5 Feladatok	63
3.6 Megoldások	67
3.7 Hivatkozások	68
4 A logikai szitaformula	69
4.1 A formula	69
4.2 Elcsérített levelek	71
4.3 Additív halmazfüggvények	76
4.4 Feladatok	81
4.5 Megoldások	82
4.6 Hivatkozások	86
5 Rekurzív sorozatok	87
5.1 Az iterációs módszer	91
5.2 Lineáris rekurziók	93
5.2.1 Algebrai összefüggések	94
5.2.2 Állandó együtthatóú egyenletek	97
5.3 A Fibonacci-sorozat	102
5.4 Szimultán (többdimenziós) rekurziók	103
5.5 Néhány nevezetes rekurzió	107
5.5.1 Ackermann - függvény	107
5.5.2 Lucas-Lehmer teszt	108
5.5.3 Newton gyökvonási algoritmus	108
5.6 Magasabbrendű számtani sorozatok	109
5.7 Feladatok	112
5.8 Megoldások	116
5.9 Függelék: Mersenne számok	118
5.10 Hivatkozások	119
6 Generátorfüggvények	121
6.1 Lineáris rekurziók	123
6.2 Nemlineáris rekurziók	133
6.2.1 Catalan számok	134
6.2.2 A pénzváltási probléma	137
6.3 Más típusú generátorfüggvények	141

TARTALOMJEGYZÉK

v

6.4 Feladatok	143
6.5 Megoldások	143
6.6 Hivatkozások	145
7 Extremális halmazrendszerek	147
7.1 Sperner tétele	147
7.2 Erdős-DeBruijn, Ryser és Fischer tételei	150
7.3 Erdős-Ko-Rado tétele	155
7.4 Egyéb eredmények	155
7.5 Szimplexek	158
7.6 Feladatok	164
7.7 Megoldások	164
7.8 Hivatkozások	165
8 Partíciós problémák	167
8.1 Számok felbontása	167
8.2 Halmazpartíciók	170
8.3 Összefoglalás	174
8.4 Hivatkozások	176
II Gráfelmélet	177
1 Gráfelméleti alapfogalmak	179
1.1 Bevezetés	179
1.2 Nevezetes gráfok	186
1.3 Elemi definíciók és összefüggések	189
1.4 Utak, összefüggés	192
1.5 Összefoglaló vizsgakérdések	198
1.6 Feladatok	200
1.7 Hivatkozások	201
2 Euler körök és utak	203
2.1 A Königsbergi hidak	203
2.2 Euler tételei	206
2.3 Feladatok	209
2.4 Hivatkozás	210

vi

TARTALOMJEGYZÉK

3 Hamilton körök és utak	211
3.1 Hamilton körök	212
3.2 Kockagráfok és Gray-kódok	218
3.3 Feladatok	221
3.4 Megoldás	222
3.5 Hivatkozások	223
4 Gráfok mátrixai	225
4.1 Csúcmátrixok	226
4.2 Él mátrixok	236
4.3 Egyéb mátrixok és ábrázolási módok	239
4.4 Feladatok	240
4.5 Hivatkozások	240
5 Útkereső algoritmusok	241
5.1 Dijkstra algoritmus	242
5.2 Hivatkozás	246
6 Fák	247
6.1 Alapvető összefüggések	247
6.2 Fák összeszámolása	252
6.2.1 Számozott csúcs fák	252
6.2.2 Bináris fák	253
6.2.3 Paracatn molekulák	254
6.3 Fák alkalmazásai	256
6.3.1 Rendezésekről általában	256
6.3.2 Rendezés bináris fán	257
6.4 Feladatok	260
6.5 Hivatkozások	260
7 Feszítőfák	261
7.1 Kruskal algoritmus	262
7.2 Utazó ügynök metrikus gráfokban	268
7.3 Hivatkozás	270
8 Gráfok izomorfizmusai	271
8.1 Izomorfizmusok	271
8.2 Invariáns tulajdonságok	275

TARTALOMJEGYZÉK	vii
8.3 Fák izomorfiája	276
8.4 Feladat	282
8.5 Megoldás	282
8.6 Hivatkozás	283
9 Síkgráfok	285
9.1 Definíciók és Kuratowsky tétele	285
9.1.1 Egyéb felületek	292
9.2 Euler poliedertétele	296
9.3 Fullerenek	301
9.4 Térképek	303
9.5 Feladatok	303
9.6 Megoldások	303
9.7 Hivatkozások	304
10 Gráfok színezései	305
10.1 Csúcsszínezések	306
10.1.1 Alapfogalmak	306
10.1.2 Síkgráfok	308
10.1.3 Egyéb kérdések	314
10.2 Élsszínezések	317
10.2.1 Ramsey-elmélet	317
10.2.2 Ramsey - számok	322
10.2.3 Egyéb kérdések	328
10.3 Feladatok	330
10.4 Megoldások	331
10.5 Hivatkozások	331
11 Kétpólusú gráfok	333
11.1 Páros gráfok	333
11.2 Párosítások	335
11.3 Következmenyek	340
11.4 Egy statikai alkalmazás	341
11.5 Hivatkozás	342
12 Extremális gráfok	343
12.1 Turán Pál Tétele	343
12.2 Egyéb eredmények	347

viii	TARTALOMJEGYZÉK
12.3 Hivatkozás	349
13 Gráfok spektruma	351
13.1 Alapfogalmak	351
13.2 További eredmények	356
13.3 Feladat és megoldása	357
13.4 Hivatkozás	357
14 Hálózati folyamatok	359
14.1 Alkalmazások	371
14.2 Hivatkozások	372
15 Matroidok	373
15.1 Alapvető definíciók és tulajdonságok	373
15.2 Alkalmazások	378
15.3 Feladatok	380
15.4 Hivatkozások	380
III Algoritmuselmélet alapjai	383
0 Bevezetés	385
1 Az algoritmus definíciói	389
1.1 Turing - gépek	389
1.2 A rekurzióelmélet alapjai	391
1.2.1 Rekurzív függvények	392
1.2.2 Rekurzív és rekurzív felsorolható halmazok	395
1.3 Formális nyelvek	398
1.4 Egyéb definíciók	401
2 Bonyolultság	403
3 NP - teljesség	409
3.1 Bevezetés	409
3.2 Nemdeterminisztikus TM -k	412
3.3 Boole-függvények kielégíthetősége	415
4 Hivatkozások	421

<i>TARTALOMJEGYZÉK</i>	ix
IV Függelék	423
Algoritmusok gyorsasága	425
Az $i \times_n^c$ polinomok	427
Az x^n polinomok koordinátái	429
A $P_k(n) := \sum_{i=1}^n i^k$ polinomok	431
Parciális törtekre bontás	433
Általános irodalom	437
Név- és tárgymutató	439