

Feladatok/Max. pontszámok:	1. (4p)	2. (5p)	3. (6p)	4. (4p)	5. (3p)	6. (13p)	7. (5p)	8. (5p)	9. (5p)	$\Sigma$ (50p)
Elért pontszámok:										

Gyakv. neve: ..... A gyakorlat időpontja: .....

Név, Neptun kód: .....

## Matematika pót zárthelyi dolgozat - 2006. december 21.

Az írásbeli dolgozat nyolc feladatot tartalmaz. Az egyes feladatokért kapható pontszámok a fenti táblázatban láthatók. **A feladatokra adott eredményeket, válaszokat indokolni kell**, pl. hivatkozni tételre, definícióra, stb! Indoklás hiányában a hibátlan megoldás **nem teljesértékű!** A feladatok megoldásához 90 perc áll rendelkezésre.

1. **Feladat.** Tekintsük a  $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ ,  $x \in ]1, \infty[$  és  $g : x \mapsto x^2$ ,  $x \in [0, \infty[$  függvényeket! Írjuk fel az  $f \circ g$  függvényt! A valós számoknak mi az a legbővebb részhalmaza, amelyen az összetett függvény értelmezhető?

2. **Feladat.** Határozzuk meg a következő sorozatok határértékét!

$$a_n = \frac{n}{\sqrt{9n^2 - 1}} \quad b_n = \sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2} \quad c_n = \frac{n^2 - 3n + 4}{n^2 + 1}$$

3. **Feladat.** Írjuk fel az alábbi függvények ( $x \in \mathbb{R}$ ) deriváltját!

$$f(x) = \ln(3x^2 + 1) \quad g(x) = \sqrt{x^2 + 2x} \quad h(x) = \sin(x^3 + 2x)$$

4. **Feladat.** Keressük meg a megadott függvények globális maximum helyét és maximum értékét a megadott intervallumokon:

$$f(x) = x^3 + 2, \quad x \in [-1, 2], \quad g(x) = \frac{x^2+1}{x}, \quad x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$$

5. **Feladat.** Határozzuk meg az  $f(x) = x - \frac{1}{x}$  függvény görbéjének az  $x = 2$  abszcisszájú pontjához húzott érintő egyenletét!

6. **Feladat.** Végezzük el a következő függvény vizsgálatát (zérushelyek, monotonitás, konvexitás, inflexiós pont, lokális szélsőérték helyek, és szélsőértékek, értelmezési tartomány határainál és szakadási pontokban a függvény határértéke, esetleg féloldali határértékei, globális szélsőérték helyek és szélsőértékek), a kapott eredmények alapján ábrázoljuk a függvényt:  $f(x) = \log(3x)$ .

7. **Feladat.** Mit értünk az alatt, hogy egy  $f$  függvény konvex egy  $I$  intervallumon?

8. **Feladat.** Adja meg az inflexiós pont definícióját!

9. **Feladat.** Mondja ki a Bolzano-tételt

*Jó munkát!*