Klasszikus valószínűségi mezők

1. Egy urnában 8 fehér és 6 fekete golyó van. Egymás után, visszatevés nélkül kiveszünk 5 golyót. Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott golyók között

a. pontosan 3 fehér van, b. legfeljebb 2 fehér van,

c. legalább 4 fehér van, d. az első golyó fehér,

e. a második golyó fehér,

f. az első golyó fehér, a harmadik pedig fekete,

g. először a harmadik húzáskor kapunk fehér golyót?

h. Adja meg ugyanezeket a valószínűségeket visszatevéses mintavétel esetén.

2. Egy szabályos érmével egymás után 5-ször dobunk. Mennyi a valószínűsége, hogy

a. pontosan 2 fejet dobunk, b. legfeljebb 1 fejet dobunk,

c. legalább 3 fejet dobunk,

d. létezik 3 egymást követő fej dobás?

3. Egy szabályos kockával egymás után 4-szer dobunk. Mennyi a valószínűsége, hogy

a. pontosan 3 hatost dobunk, b. legfeljebb 2 négyest dobunk,

c. a második dobás eredménye nagyobb, mint a harmadik dobás

d. a dobott számok összege 5,

e. nem dobjuk kétszer egymás után ugyanazt a számot,

f. először a harmadik dobásnál kapunk hatost?

4. De Méré lovag feladata. Mi a valószínűbb: egy kockával négyszer dobva legalább egyszer hatost dobunk, vagy két kockával 24-szer dobva legalább egyszer mindkét kockával hatost dobunk?

5. Mennyi a valószínűsége, hogy n ember között legyen 2, akiknek azonos napon van a születésnapjuk (365 napos évet veszünk alapul, és feltesszük, hogy bármely $\{1, \dots, n\} \rightarrow$

$\rightarrow \{1, \ldots, 365\}$ sorozat egyformán valószínű)? Milyen n esetén lesz a valószínűség $1/2$-nél nagyobb?

6. 3 férfit és 4 nőt körbe állítunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a férfiak egymás mellett állnak?

7. Tekintsük az $1, 2, \ldots, n$ számoknak egy véletlen permutációját (bármely permutáció választásának a valószínűsége azonos). Mennyi a valószínűsége, hogy
   a. a 2 pontosan az 1 után áll,
   b. a 2 és az 1 szomszédosak?

8. Az $\{1, \ldots, 10^n\}$ számok közül választunk véletlenszerűen úgy, hogy bármelyiket azonos valószínűséggel választhatjuk. Mennyi a valószínűsége, hogy a választott szám
   a. osztható 5-tel, b. osztható 3-mal?

   Adjuk meg a valószínűségek határértékét $n \to \infty$ esetén.

9. A hatjegyű pozitív egész számok közül választunk egyet úgy, hogy bármelyiket azonos valószínűséggel választhatjuk. Mennyi a valószínűsége, hogy
   a. a szám nem tartalmaz 5-ös számjegyet,
   b. a szám csak páros számjegyekből áll,
   c. a szám tartalmazza a 2516-ot,
   d. a szám tartalmazza a 3333-at?

10. Adott 4 doboz 1-től 4-ig számozva. Négy golyót helyezünk a dobozokba úgy, hogy minden egyes golyó $1/4$ valószínűséggel kerül bármelyik dobozba. Mennyi a valószínűsége, hogy
    a. legalább 1 üres doboz lesz, b. pontosan 1 üres doboz lesz,
    c. az első doboz üres lesz?

    Vizsgáljuk meg azt az esetet is, amikor a golyók különbözők, és azt az esetet is, amikor a golyók egymástól nem különböztethetők meg.