

Függvények tulajdonságai

I. Adja meg az alábbi függvények lehető legbővebb értelmezési tartományát!

1. $f(x) = \sqrt{\cos x}$

2. $f(x) = \frac{1}{\operatorname{ctg} x \cdot \sin x}$

3. $f(x) = \frac{1}{\sin x - 1}$

4. $f(x) = \frac{1}{\sin x + 2}$

5. $f(x) = \sqrt{\log_2 x}$

6. $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} x}$

7. $f(x) = \lg \left| \frac{x^2}{1-x^2} \right|$

8. $f(x) = \lg(\lg x)$

9. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(\log_{\frac{1}{2}} x)$

10. $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x+3}}$

11. $f(x) = \lg\left(\frac{x-2}{x+5}\right)$

12. $f(x) = \lg\left(\frac{x^2-7x+10}{x^2+1}\right)$

II. Adja meg az alábbi függvények értékkészletét!

1. $f(x) = x^2 + 4x, \quad x \in \mathbb{R}$

2. $f(x) = x^2 + 2x + 4, \quad x \geq 0$

3. $f(x) = |x + 3|, \quad -5 \leq x < 10$

4. $f(x) = \frac{1}{x+2}, \quad 0 \leq x \leq 4$

5. $f(x) = \frac{x+3}{x+2}, \quad -1 \leq x \leq 4$

6. $f(x) = 2^{x+1}, \quad -1 \leq x \leq 3$

7. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}, \quad 2 \leq x \leq 3$

$$8. f(x) = \log_5(x^2 + 1), \quad x \in R$$

$$9. f(x) = \log_5(x^2 + 1), \quad x \in R$$

$$10. f(x) = \log_{\frac{1}{5}}(x^2 + 1), \quad x \in R$$

$$11. f(x) = \cos^2 x + 3\sin^2 x, \quad x \in R$$

III. Határozza meg az alábbi függvények zérushelyeit és előjelviszonyait! (A függvények a lehető legbővebb halmazon értelmezettek!)

$$1. f(x) = x^2 - 8x + 15$$

$$2. f(x) = 4x^2 - 8x$$

$$3. f(x) = 4x^3 - 16x$$

$$4. f(x) = 12x^5 - 24x^3$$

$$5. f(x) = 3x^2 - \frac{48}{x^2}$$

$$6. f(x) = (x + 2)^{-\frac{1}{3}} \cdot (x + 1)$$

$$7. f(x) = 2x \lg x + x$$

$$8. f(x) = \frac{x-3}{x^2+1}$$

$$9. f(x) = \frac{-4}{(x-4)^2}$$

$$10. f(x) = \frac{x^2-7x+10}{x^2+4}$$

$$11. f(x) = \frac{4}{(x-1)^3}$$

$$12. f(x) = \frac{12x^2+4}{(x^2-1)^3}$$

$$13. f(x) = \frac{x-2}{(x-1)^2}$$

$$14. f(x) = \frac{2x \cdot (x-1) - (x^2+3)}{(x-1)^2}$$

$$15. f(x) = \frac{2x \cdot (x^2-1) - 2x \cdot (x^2+1)}{(x^2-1)^2}$$

$$16. f(x) = \frac{2x \cdot (x^2+1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$