

1.  $A := \begin{bmatrix} 1 & c & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  .

a, Milyen  $c$  valós paraméter esetén nem invertálható az  $A$  mátrix?

b, Legyen  $c=1$ . Határozza meg az  $A$  mátrix inverzét!

(6 pont)

2.

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= 1 \\ x_2 - x_3 + x_4 &= 1 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 + 9x_4 &= 10 \end{aligned}$$

a) Oldja meg bázistranszformációt alkalmazva a fenti lineáris egyenletrendszert!

b) Adja meg az egyenletrendszer homogén párjának a megoldáshalmazát! Adja meg a homogén egyenletrendszer két különböző megoldásvektorát!

(6 pont)

3.

$$\mathcal{A}: R^2 \rightarrow R^2, (x_1, x_2) \mapsto (3x_1 - 2x_2, 6x_1 - 4x_2)$$

$$\mathcal{B}: R^2 \rightarrow R^2, (x_1, x_2) \mapsto (x_1 + 3x_2, 4x_1 + 10x_2)$$

a) Injektív-e az  $\mathcal{A}$  illetve a  $\mathcal{B}$  lineáris transzformáció? Ha igen, akkor adja meg az inverz transzformációt (típusát és hozzárendelési szabályát)!

b) Határozza meg az  $\mathcal{A}$  és a  $\mathcal{B}$  lineáris transzformációk magterét!

(6 pont)

4.

Tekintsük az alábbi lineáris transzformációt!

$$\mathcal{A}: R^3 \rightarrow R^3, (x_1, x_2, x_3) \mapsto (4x_1, 2x_1+x_2, 3x_1+x_2+4x_3)$$

Határozza meg a fenti lineáris transzformáció sajátértékeit és a sajátértékek algebrai multiplicitását!

Válassza ki a legkisebb sajátértéket és határozza meg a hozzá tartozó sajátalteret és a kiválasztott sajátérték geometriai multiplicitását! Adjon meg egy sajátvektort!

(7 pont)