

$$x = 2 + 3t$$

1. e:  $y = 1 - 2t$

$$z = 4t$$

a) Írja fel annak a síknak az egyenletét, amely merőleges az  $e$  egyenesre, és áthalad a  $P = (3, -1, 5)$  ponton!

b) Írja fel annak az egyenesnek a paraméteres és paramétermentes egyenletrendszerét, amely párhuzamos az  $e$  egyenessel és illeszkedik a  $P = (-1, 2, 5)$  pontra!

(5 pont)

2.  $\underline{a}_1 := (1, 0, 2)$ ;  $\underline{a}_2 := (1, 1, 3)$ ;  $\underline{a}_3 := (3, 2, 8)$ ;

$\underline{a}_4 := (1, 1, 1)$ ;  $\underline{a}_5 := (0, 1, -1)$ .

$$H := \{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3, \underline{a}_4, \underline{a}_5\}$$

Bázistranszformációt alkalmazva válaszoljon a kérdésekre! (Indoklás!)

a) Mennyi a  $H$  vektorhalmaz rangja?

b) Van-e a  $H$ -nak olyan részhalmaza, amely bázis az  $\mathbb{R}^3$  vektortérben?

c) Van-e  $H$ -nak 3 vektorból álló lineárisan összefüggő részhalmaza?

d) Előállítható-e az  $\underline{a}_5$  vektor az  $\underline{a}_1$  és  $\underline{a}_4$  vektorok lineáris kombinációjaként?

(6 pont)

3.  $A := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $B := \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ;  $C := \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ;  $D := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

a) Melyik létezik az alábbi mátrixok közül? Amelyik létezik, azt számítsa ki!

$$A \cdot B \cdot B^T, \quad A \cdot C \cdot B^T, \quad (B \cdot B^T + 2D) \cdot B$$

b) Invertálható-e a  $D$  mátrix? Ha igen, akkor határozza meg az inverzét!

(7 pont)

### Elméleti kérdések

1. Mit jelentenek az alábbi fogalmak? Lineárisan független vektorok, generátorrendszer, bázis.

2. Milyen állításokat ismer lineárisan összefüggő vektorokra vonatkozóan? (Két állítást fogalmazzon meg!)

3. Milyen tulajdonságai vannak a mátrixszorzásnak?

(3+2+2 pont)