

Szögharmadolás

Steiner Csaba
JCYZF4

A probléma leírása

Tetszőleges szög felbontása 3 egyenlő részre.

Egyike a 4 nevezetes geometriai szerkesztési feladatnak, amellyel már az ókori görög matematikusok és nyomukban több tudós nemzedék is foglalkozott.

Megoldható-e euklidészi szerkesztéssel?

Geometriai szerkesztések elmélete

- ▶ Azon szerkesztési feladatok, amelyek analitikusan irreducibilis harmadfokú egyenlethez vezetnek, nem oldhatók meg euklideszi szerkesztéssel.
- ▶ Ez a szögharmadolás esetén a következőt jelenti:

a $2 * \cos \frac{\alpha}{3}$ ismeretlenre felírt $x^3 - 3x - 2 \cos \alpha = 0$ egyenlet valós gyökét kellene megszerkeszteni. Ennek nem minden esetben van analitikus megoldása.

($\alpha = \pi$ esetén az egyenlet $x^3 - 3x + 2 = 0$, ennek valós gyöke $x = 1$, tehát $\beta = \frac{\alpha}{3} = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$ szerkeszthető euklideszi módon)

Ókori próbálkozások

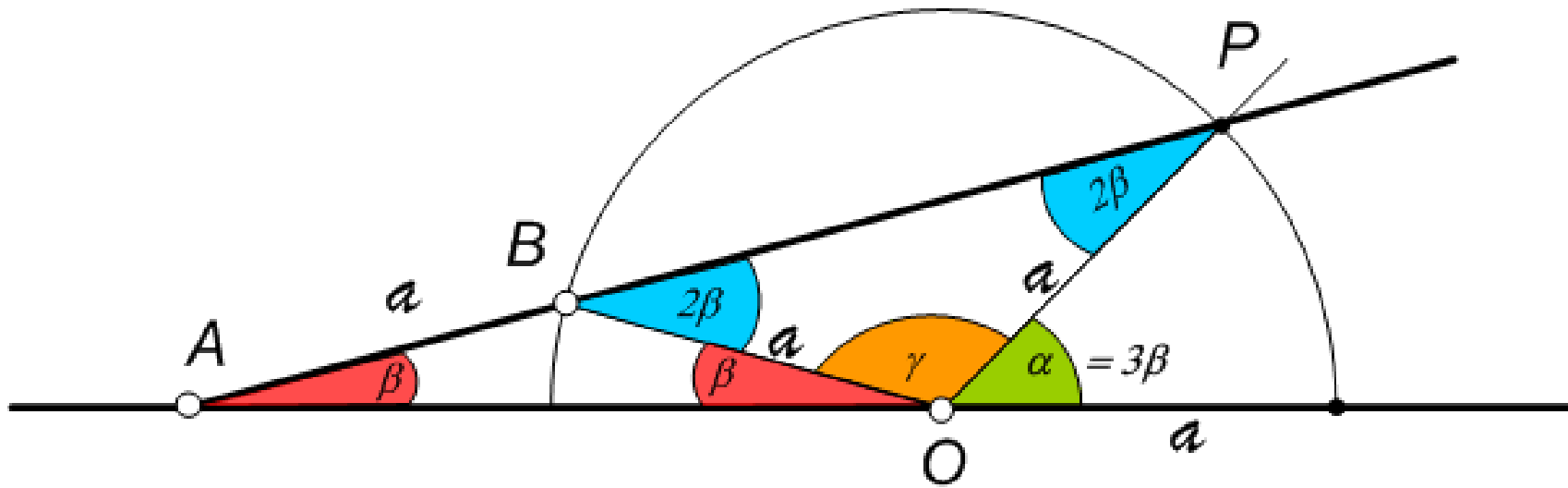
- ▶ Arkhimédész a betoló-, vagy N-vonalzó használatával egy kör és egy egyenes közötti neuszisz szerkesztés
- ▶ Nikomédész Arkhimédészhez hasonlóan, csak éppen két egyenes közötti neuszisz szerkesztéssel.

Neusisz szerkesztés

- ▶ Egy adott hosszúságú szakaszt két vonal közé beilleszteni úgy, hogy a szakasz egyenes egy adott ponton menjen át.
- ▶ Az ókorban gyakran használták, elsősorban olyan feladatok megoldására, amiket a körző és a vonalzó kizárólagos használatával nem tudtak megoldani.

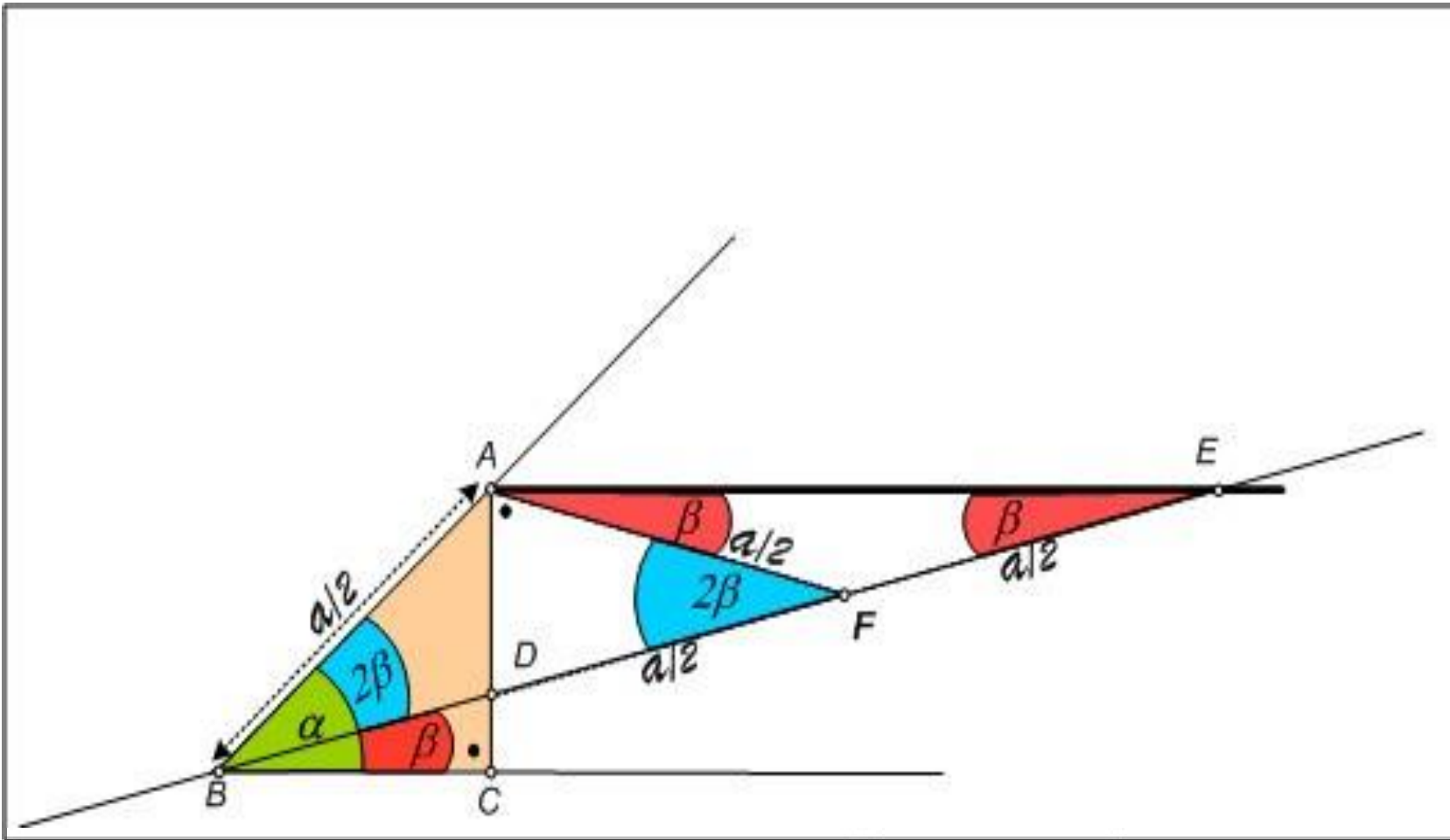
Arkhimédész

$$\gamma = \pi - 4\beta = \pi - \beta - \alpha \Rightarrow \alpha = 3\beta$$

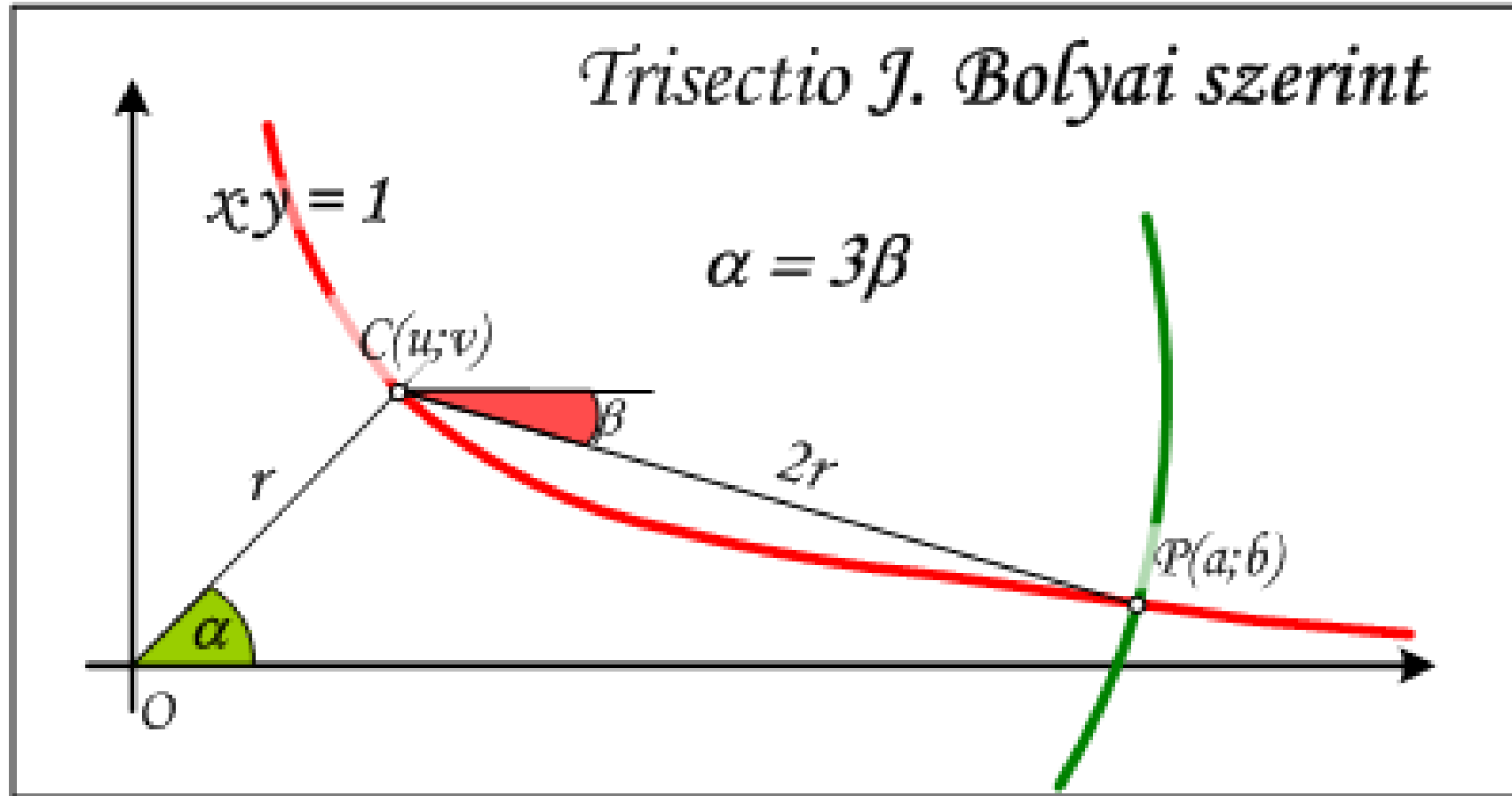


9. Az A-nál kapott $\angle OAB = \beta$ szög az α szög harmada

Nikomédész



Magyar vonatkozás: Bolyai János



Összegzés

- ▶ Euklidészi szerkesztéssel nem megoldható
- ▶ De sok, egyszerűbb illetve nehezebb megoldás már született rá, ahol magyar vonatkozást is találunk.

Köszönöm a figyelmet!

Források

- ▶ <https://hu.wikipedia.org/wiki/Sz%C3%B6gharmadol%C3%A1s>
- ▶ https://hu.wikipedia.org/wiki/Neusisz_szerkeszt%C3%A9s
- ▶ <https://hu.wikipedia.org/wiki/Sz%C3%B6gharmadol%C3%A1s#/media/F%C3%A1jl:Trisectio-Archimedes.gif>
- ▶ <https://hu.wikipedia.org/wiki/Sz%C3%B6gharmadol%C3%A1s#/media/F%C3%A1jl:Trisectio-Nikomedes.gif>
- ▶ <https://hu.wikipedia.org/wiki/Sz%C3%B6gharmadol%C3%A1s#/media/F%C3%A1jl:Trisectio-Bolyai.gif>