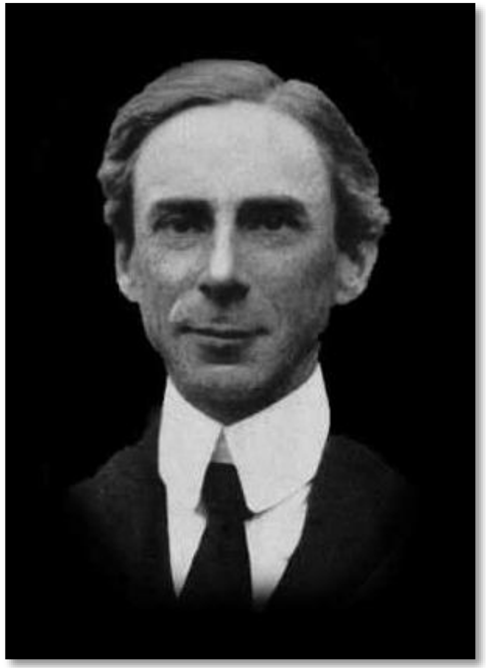
MATEMATIKA ÉS MŰVÉSZET

Készítette:
Nagy Zsuzsanna

BEVEZETÉS



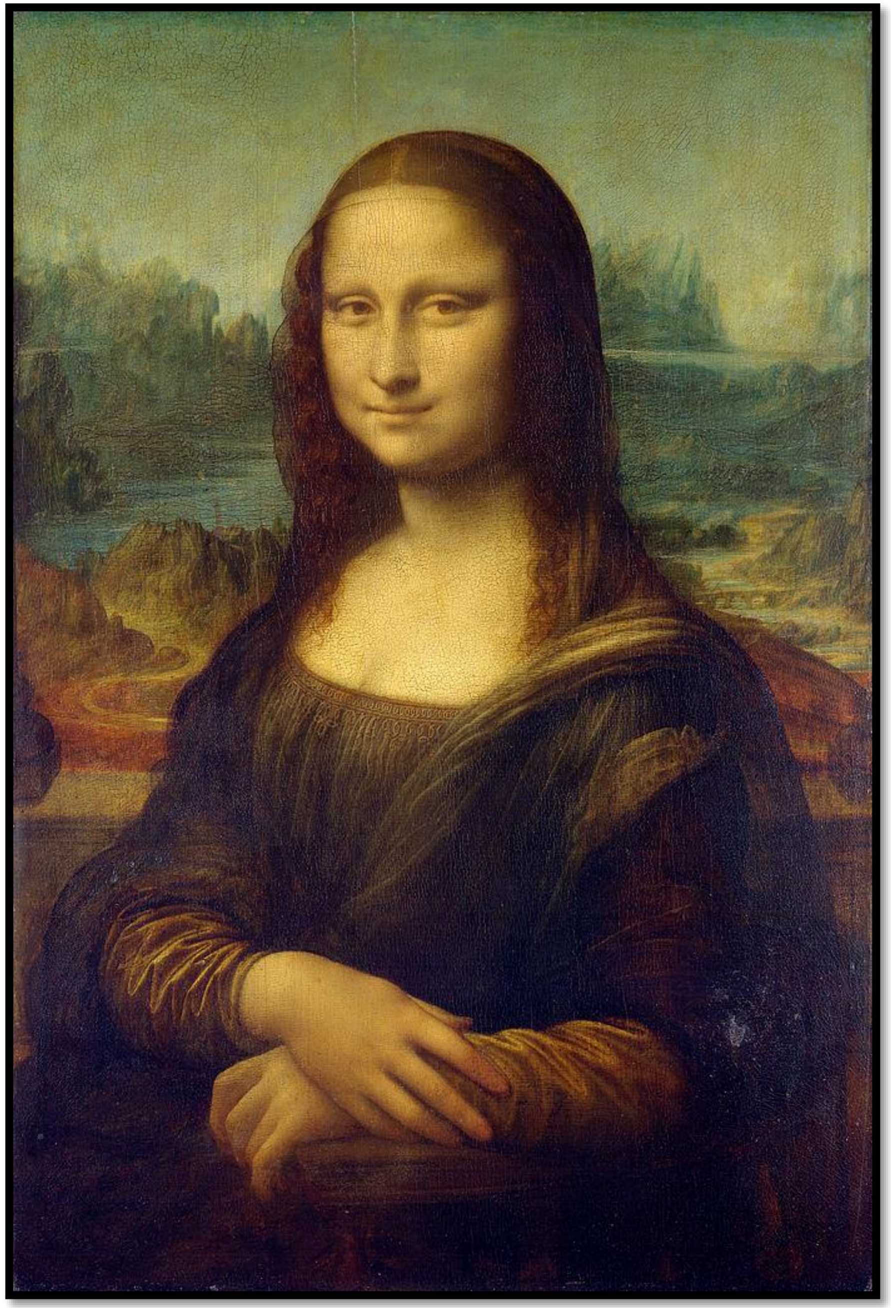
„A matematika, ha helyesen vélekedünk, nemcsak igazságokat rejt magában, hanem fenséges szépséget is, a szobrok hideg, egyszerű szépségét … oly nemes tisztaságot és oly tökéletes szigort, ami csak a legfennköltebb művészet sajátja.”

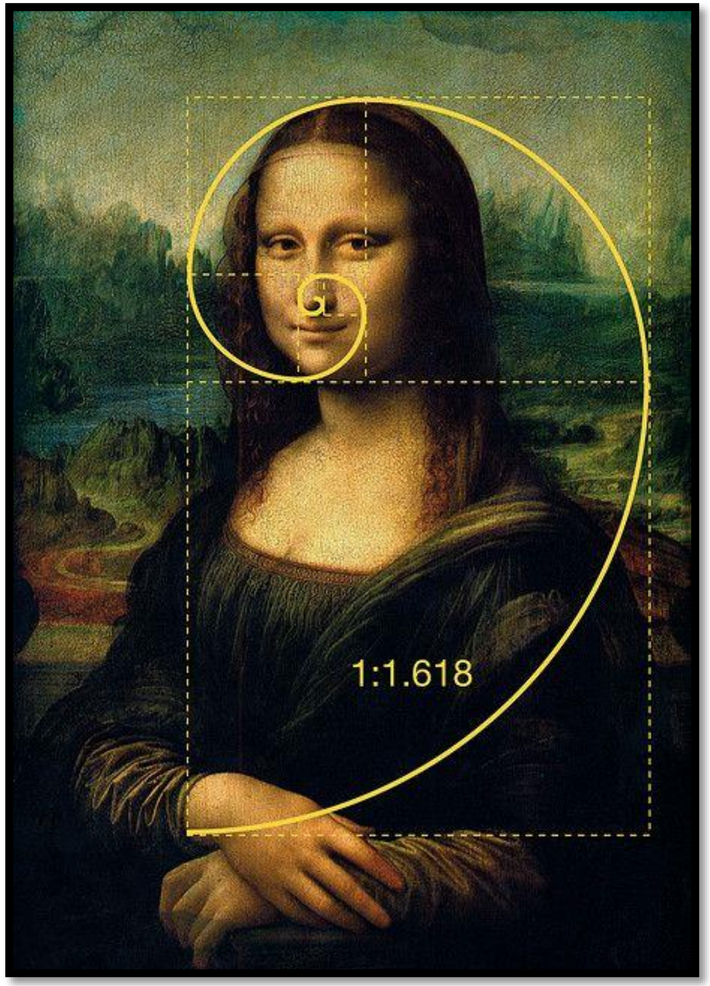
/Bertrand Russell/

„A matematikus – miként a festő és a költő – mintákat alkot. Ha ezek időtállóbbak, annak oka, hogy gondolatokból állnak.”

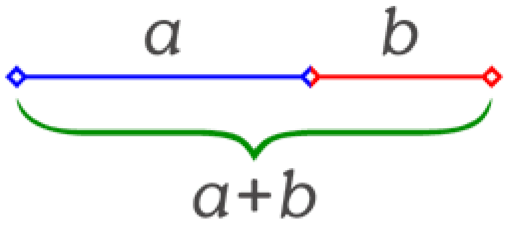
/G. H. Hardy/

MONA LISA - LEONARDO DA VINCI (1519, OLAJFESTMÉNY)





ARANYMETSZÉS, ARANYARÁNY MATEMATIKÁJA



Matematikai definíció

Két rész (a és b, a>b) az aranymetszés szerint aránylik egymáshoz, ha az egész (a+b) úgy aránylik a nagyobbik részhez (a), ahogy a nagyobbik rész (a) a kisebbik részhez (b):

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \Phi$$

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.6180339887\ldots$$

ARANYARÁNY ÉS A FIBONACCI SZÁMOK

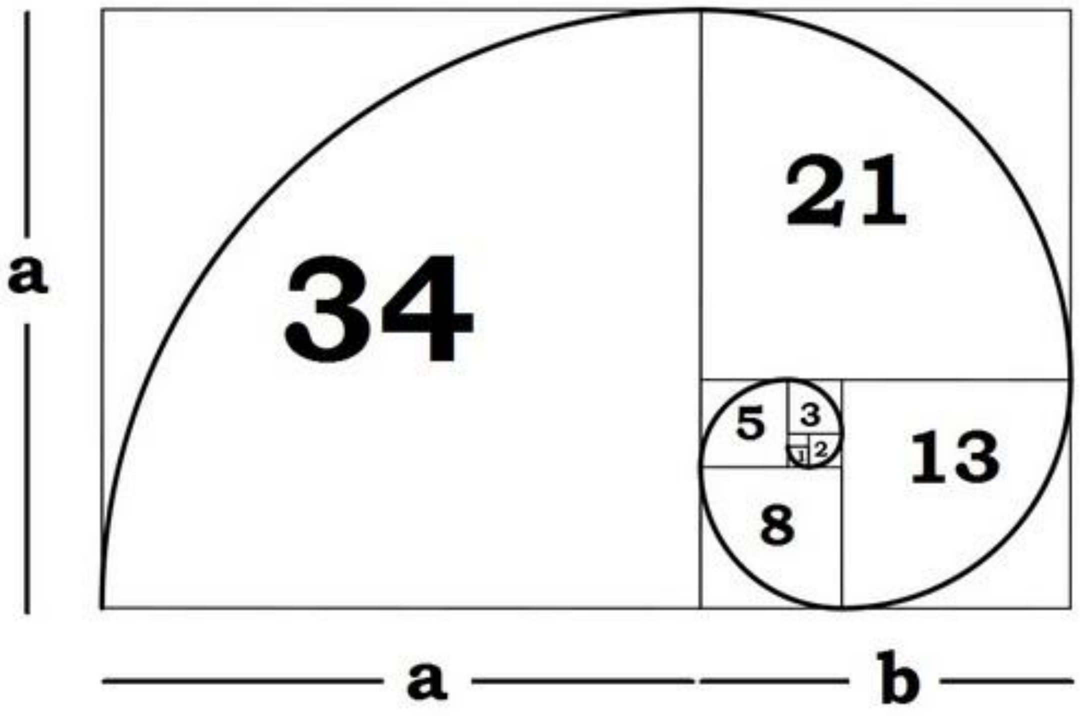
A Fibonacci-sorozat egymást követő tagjainak hányadosából képzett sorozat határértéke éppen az aranymetszés aránya, a Φ.

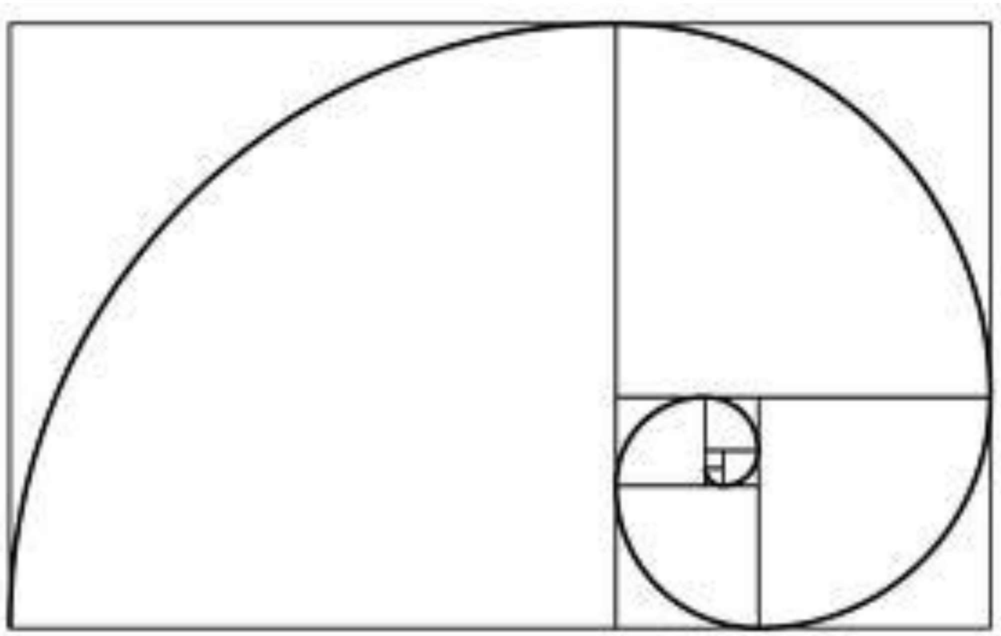
n	**a_n**	**a_{n+1}/a_n**
1	1	1
2	1	2
3	2	1,5
4	3	1,667
5	5	1,6
6	8	1,625
7	13	1,615
8	21	1,619
9	34	1,617
10	55	$\boxed{1,618}$

ARANY SPIRÁL ÉS A FIBONACCI-SPIRÁL

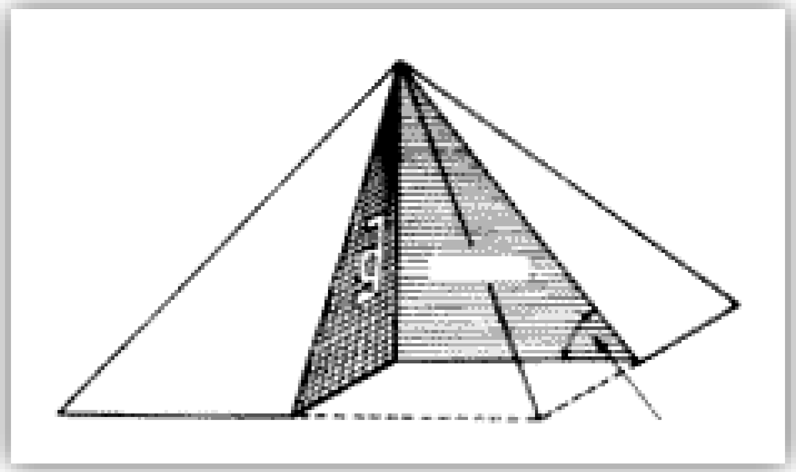
Egy Fibonacci-spirál megközelíti az arany spirált négyzetekbe írt félköríveket használva.

A négyzetek oldalai egész Fibonacci-számok, azaz 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 és 34.

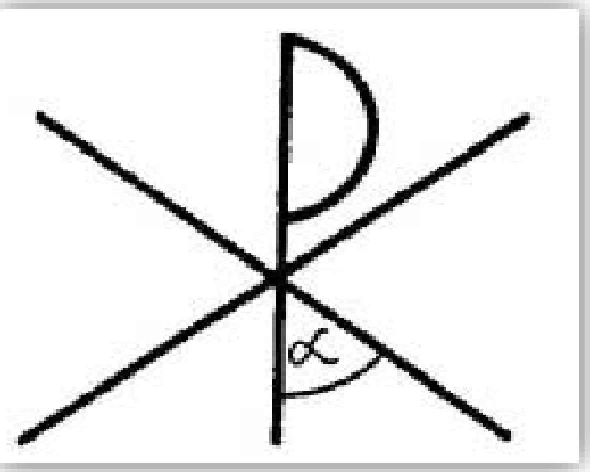




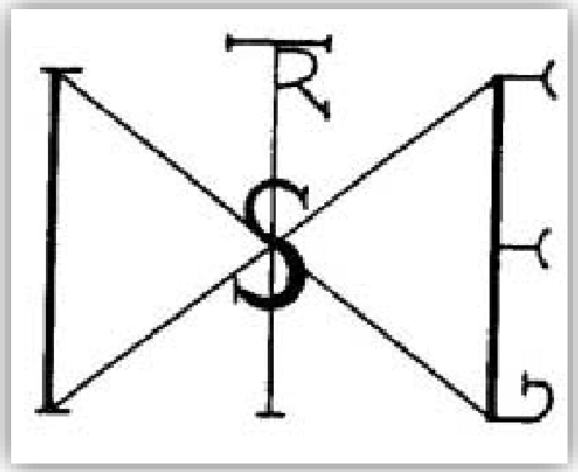
MI A KÖZÖS AZ ALÁBBI KÉPEKBEN?



piramis



Krisztus-monogram



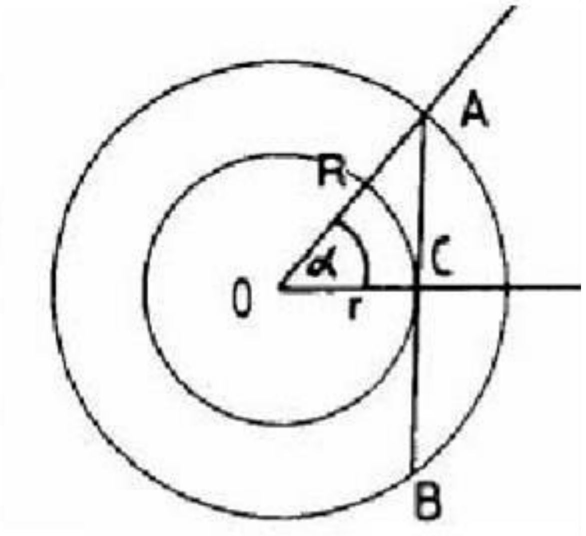
Szent István kézjegye

ARANYSZÖG

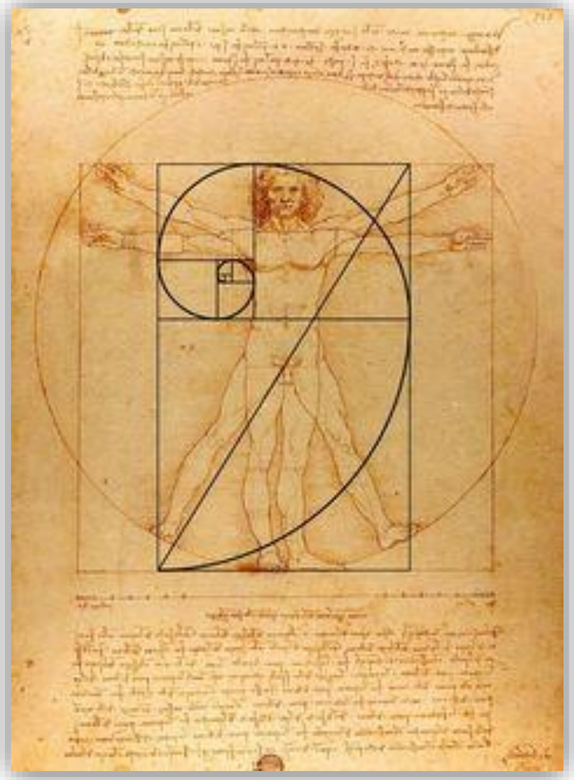
Aranyszögnek nevezik azt a szöget, melynek koszinusza éppen az aranymetszés hányadosával egyenlő.

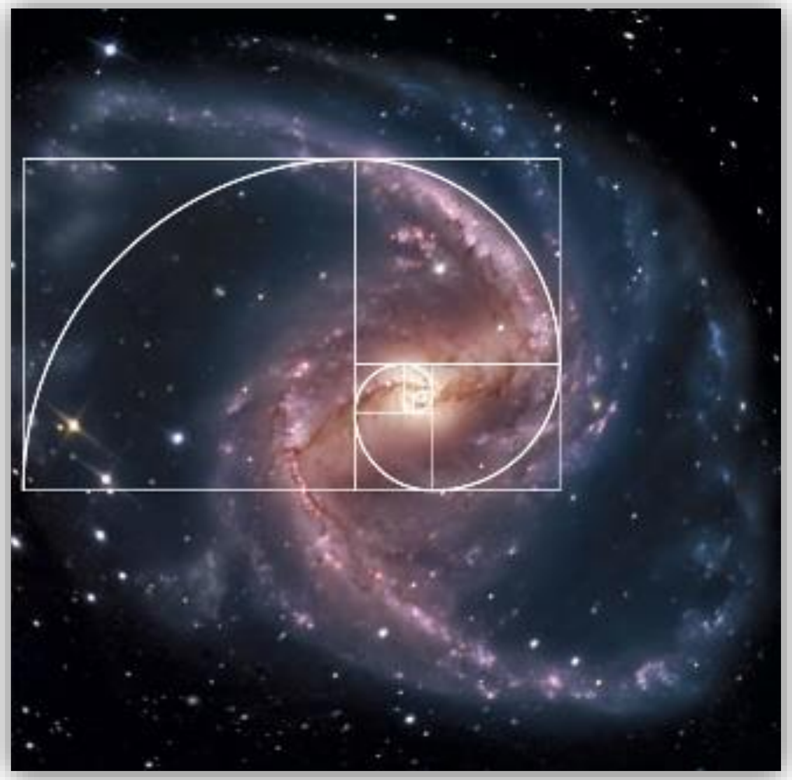
$$\cos\alpha = 1.618033988\ldots$$

$$\alpha = 51°49'43"$$

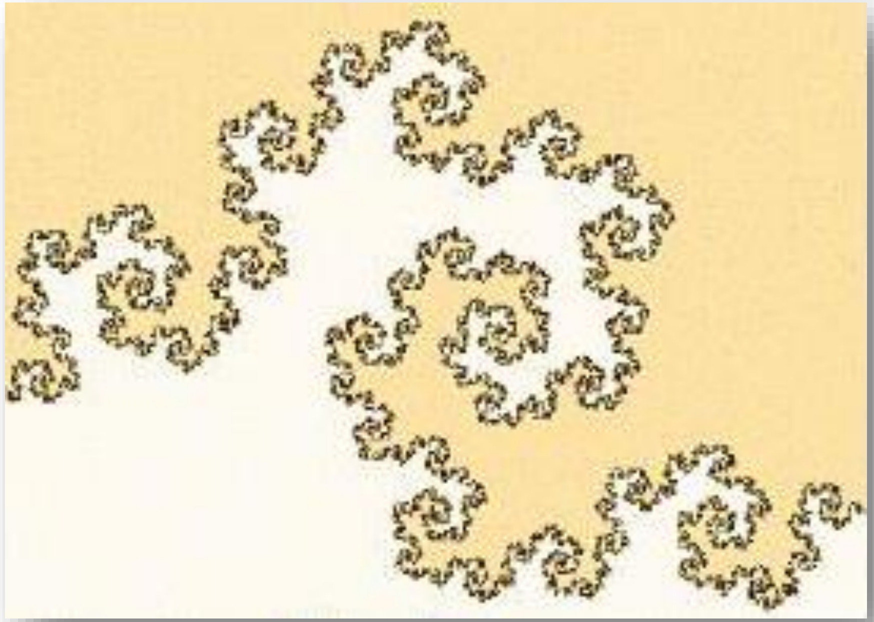


ARANYARÁNY MINDENHOL

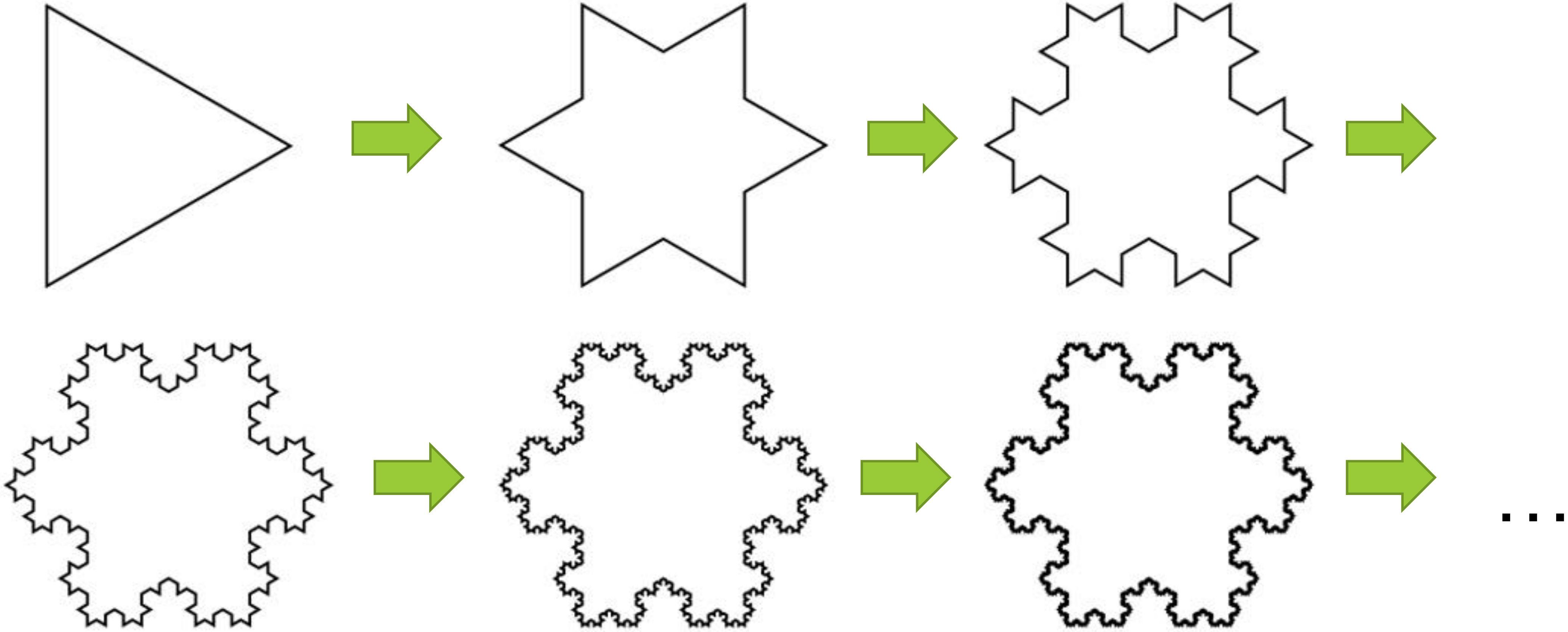




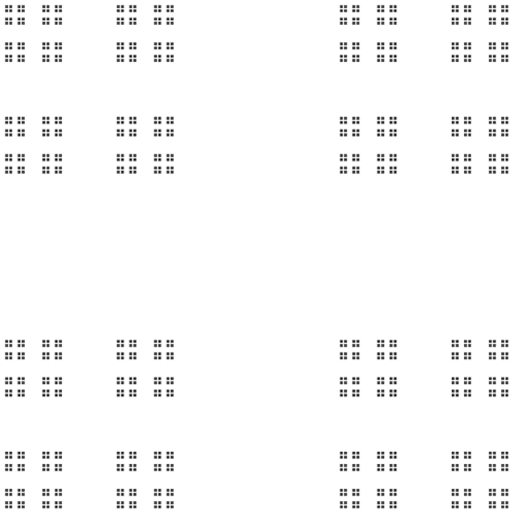
KACUSIKA HOKUSZAI - A NAGY HULLÁM KANAGAVÁNÁL (1830, FAMETSZET)



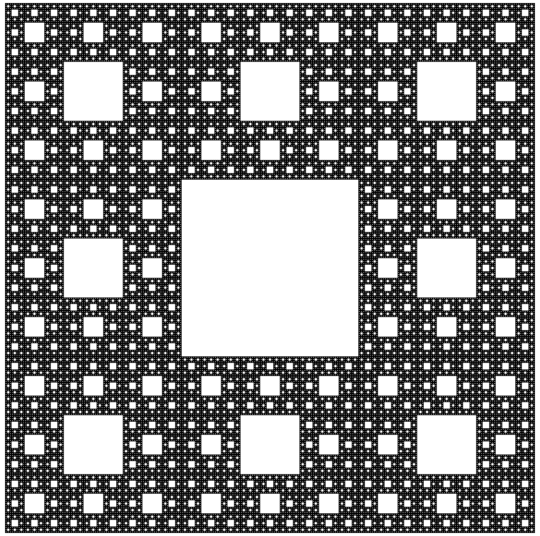
FRAKTÁLOK: HOGYAN KÉSZÜL?



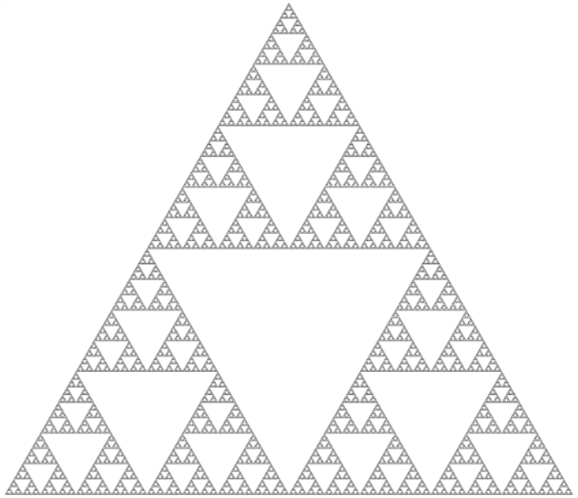
FRAKTÁLOK: PÉLDÁK



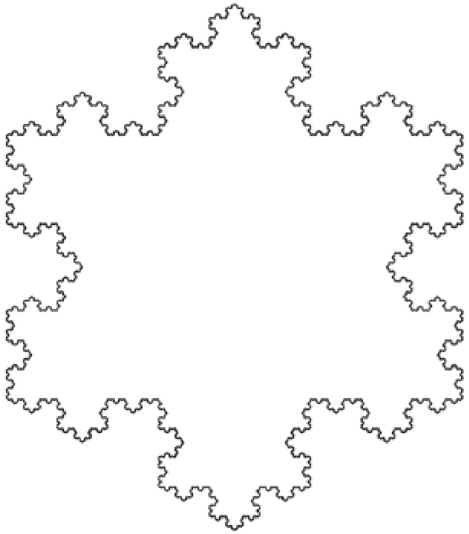
Cantor-por



Sierpiński-szőnyeg

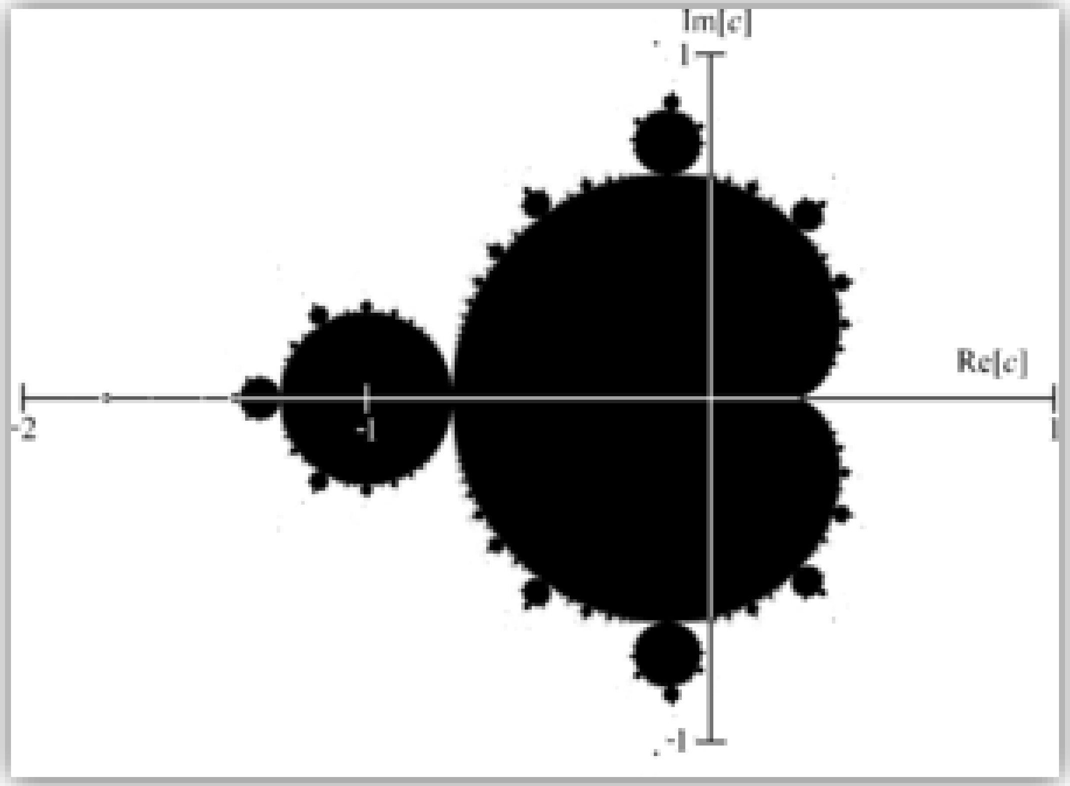


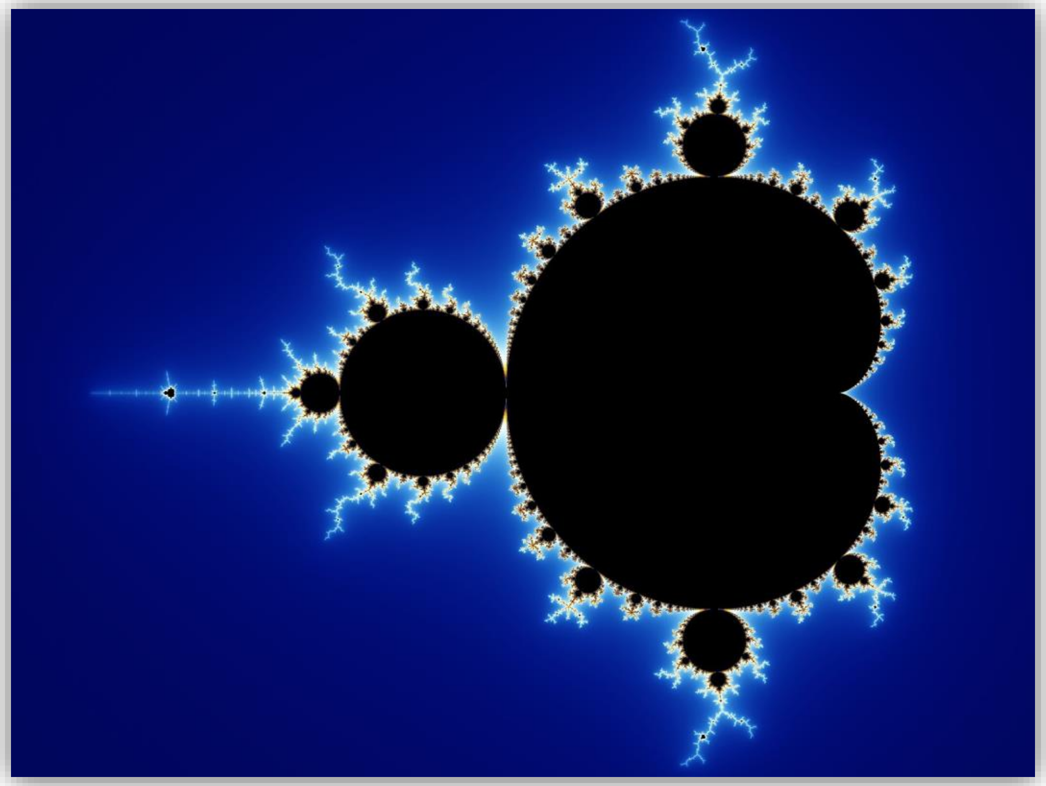
Sierpiński-háromszög



Koch-hópehely

EGY KOMPLEXEBB FRAKTÁL: MANDELBROT-HALMAZ





MANDELBROT-HALMAZ MATEMATIKÁJA

A matematikában a **Mandelbrot-halmaz** azon c komplex számokból áll (a „komplex számsík” azon pontjainak mértani helye, halmaza), melyekre az alábbi (komplex szám értékű) x_n rekurzív sorozat:

$$x_1 := c$$

$$x_{n+1} \coloneqq (x_n)^2 + c$$

nem tart végtelenbe, azaz abszolút értékben (hosszára nézve) korlátos.

A Mandelbrot-halmazt a komplex számsíkon ábrázolva egy nevezetes fraktálalakzat adódik.

Tehát az M Mandelbrot-halmaz a komplex számoknak az az $M \subset \mathbb{C}$ részhalmaza, melyre

$$M = \{c \in \mathbb{C} \mid x_n \nrightarrow \infty\}$$

MANDELBROT-HALMAZ MATEMATIKÁJA

A halmaz definíciója ekvivalens a következővel:

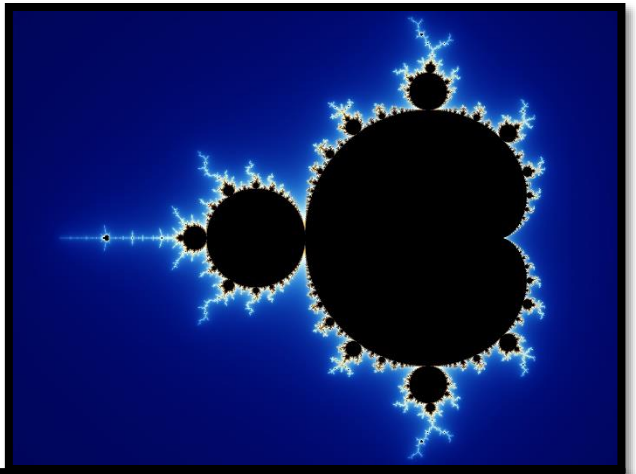
M azon komplex számok halmaza, melyekre az

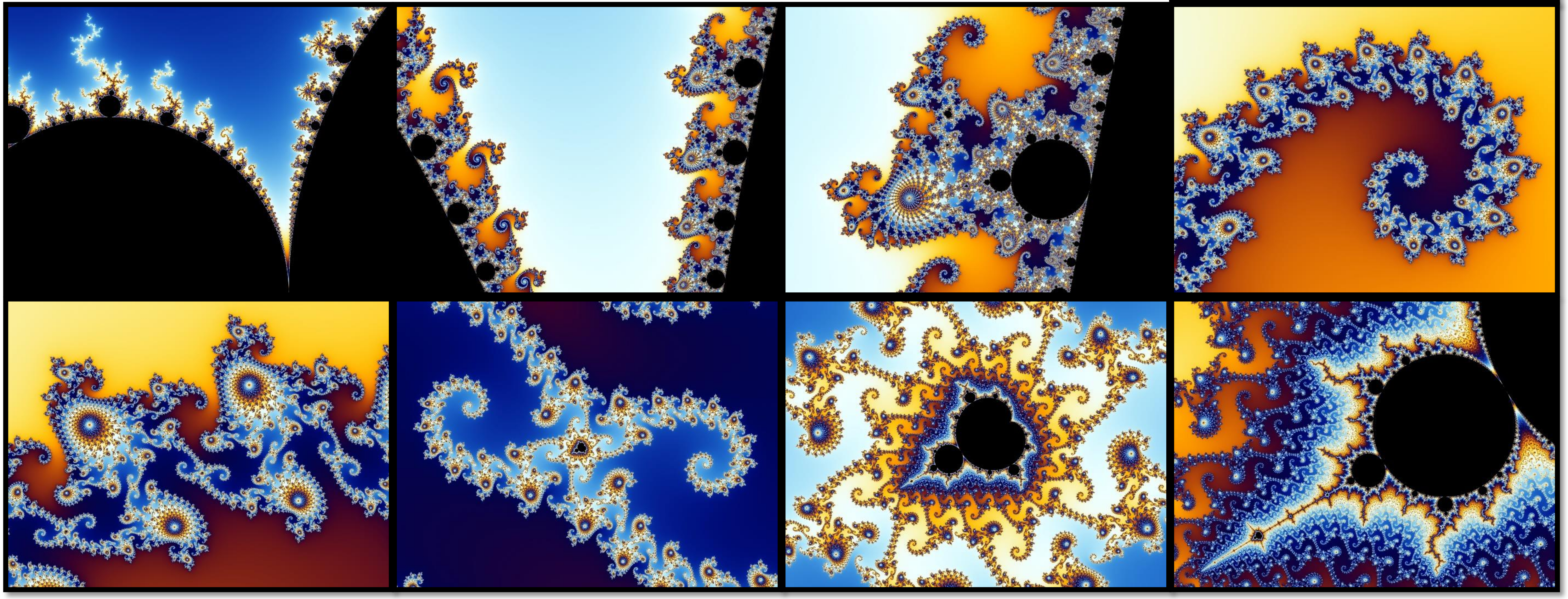
$$f_c : \mathbb{C} \to \mathbb{C}; z \longmapsto z^2 + c$$

c-vel paraméterezett függvényrendszer elemeihez tartozó **Julia-halmaz** összefüggő. A Mandelbrot-halmaz grafikus megjelenítése úgy történik, hogy az ilyen tulajdonságú c pontokat a komplex számsíkon ábrázolják.

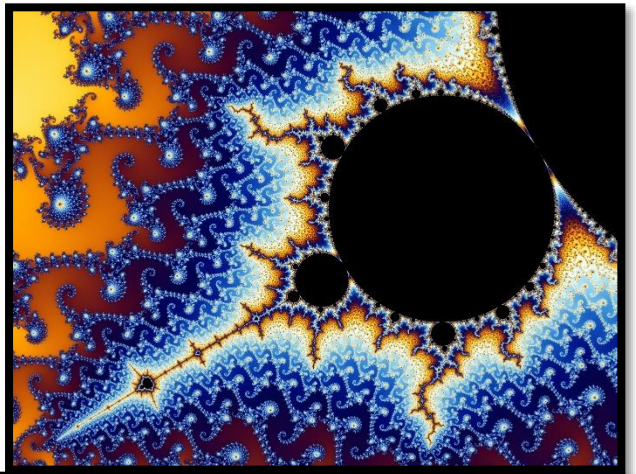
A Mandelbrot-halmazt Benoît Mandelbrot fedezte fel, és Adrien Douady és J. Hubbard nevezte el róla 1982-ben.

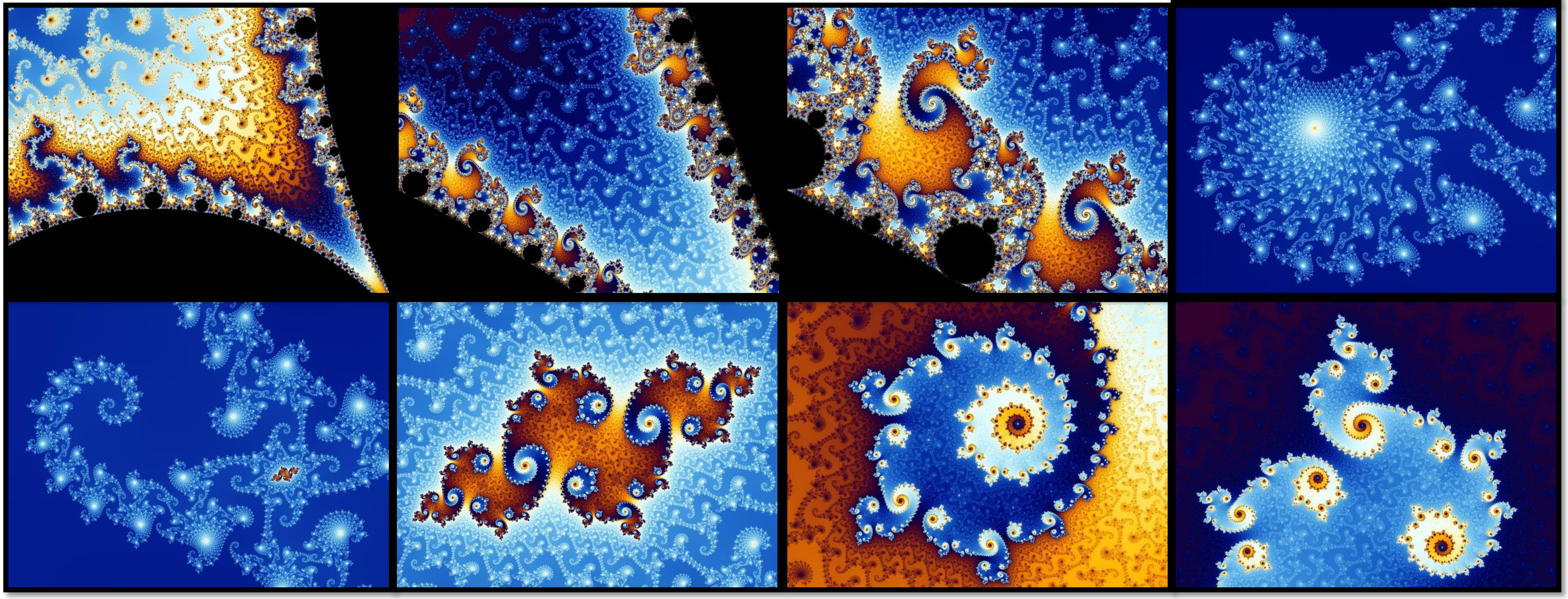
MANDELBROT-HALMAZ NAGYÍTÁSA



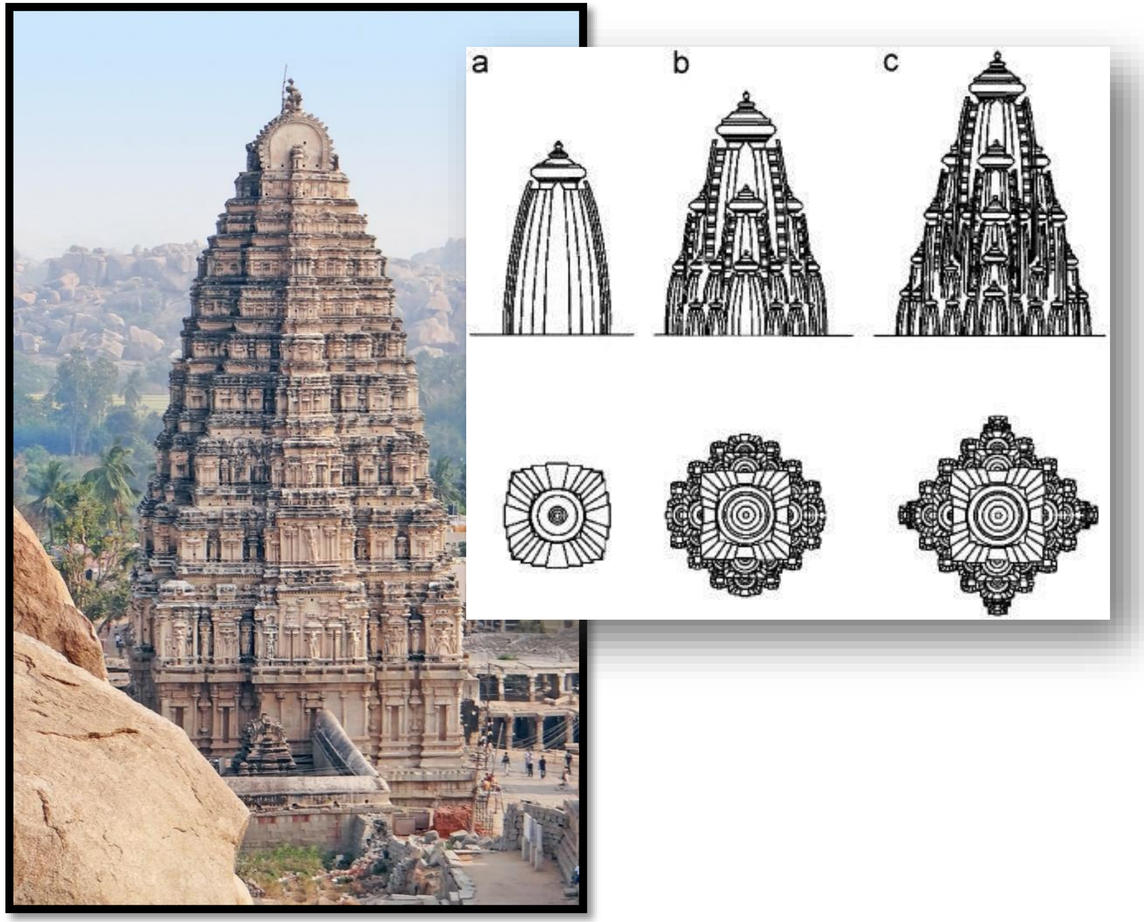


MANDELBROT-HALMAZ NAGYÍTÁSA

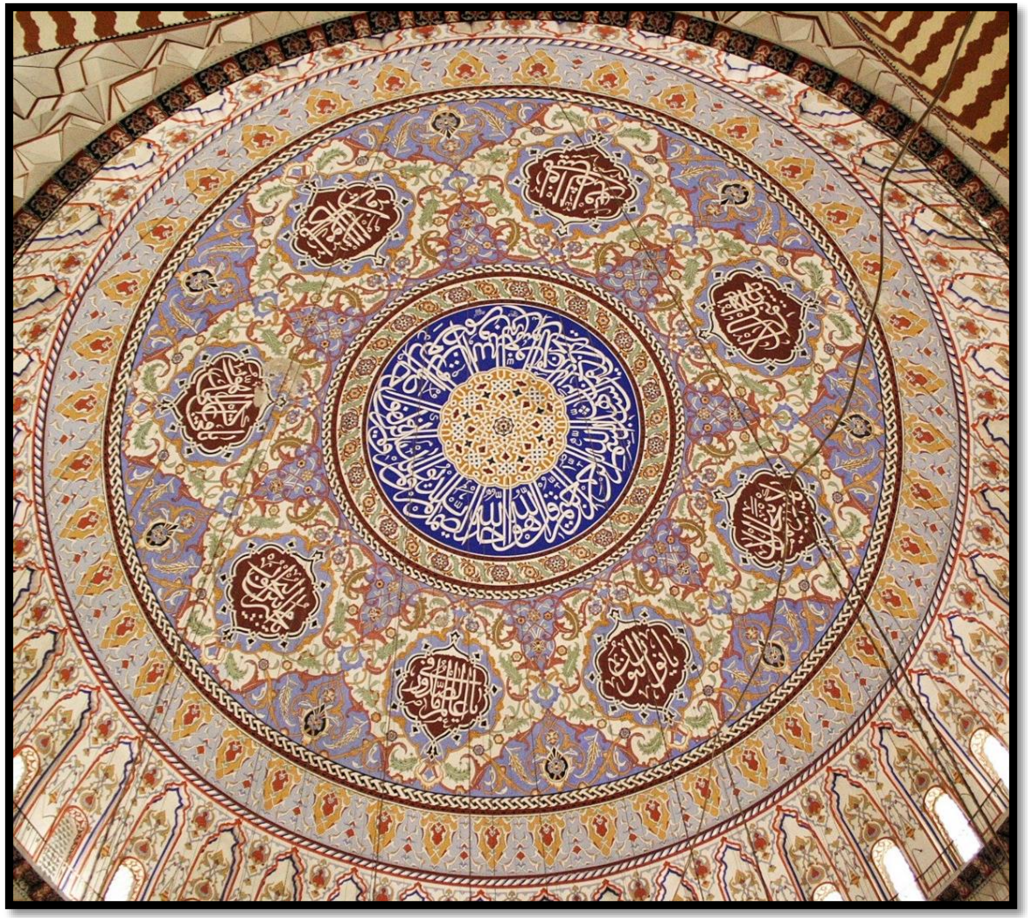




FRAKTÁL MŰVÉSZET RÉGEN



Hindu templomok önhasonló felépítése



Iszlám önhasonló geometrikus minták

FRAKTÁL MŰVÉSZET NAPJAINKBAN

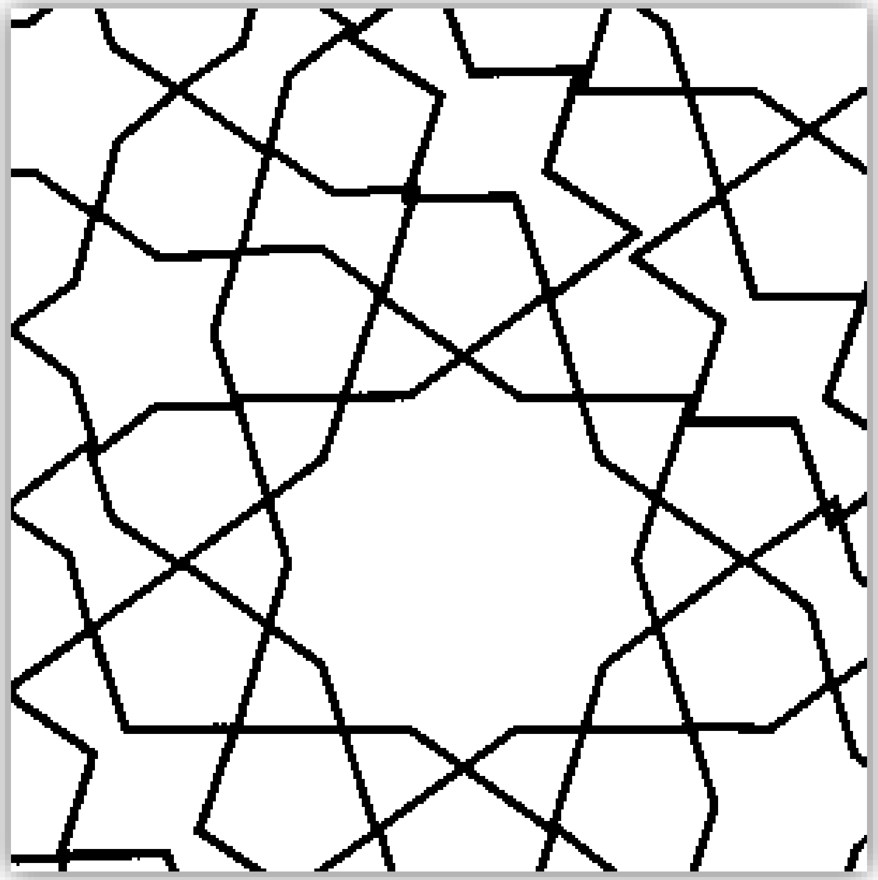
FRAKTÁL + MANDALA ≈ KALEIDOSZKÓP






NASĪR AL-MULK, A „KALEIDOSZKÓP” MECSET (SHIRAZ, IRÁN)

DARB-I IMAM SÍREMLÉK (ISZFAHÁN, IRÁN) 1453



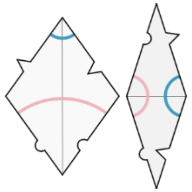
PENROSE-FÉLE CSEMPÉZÉS

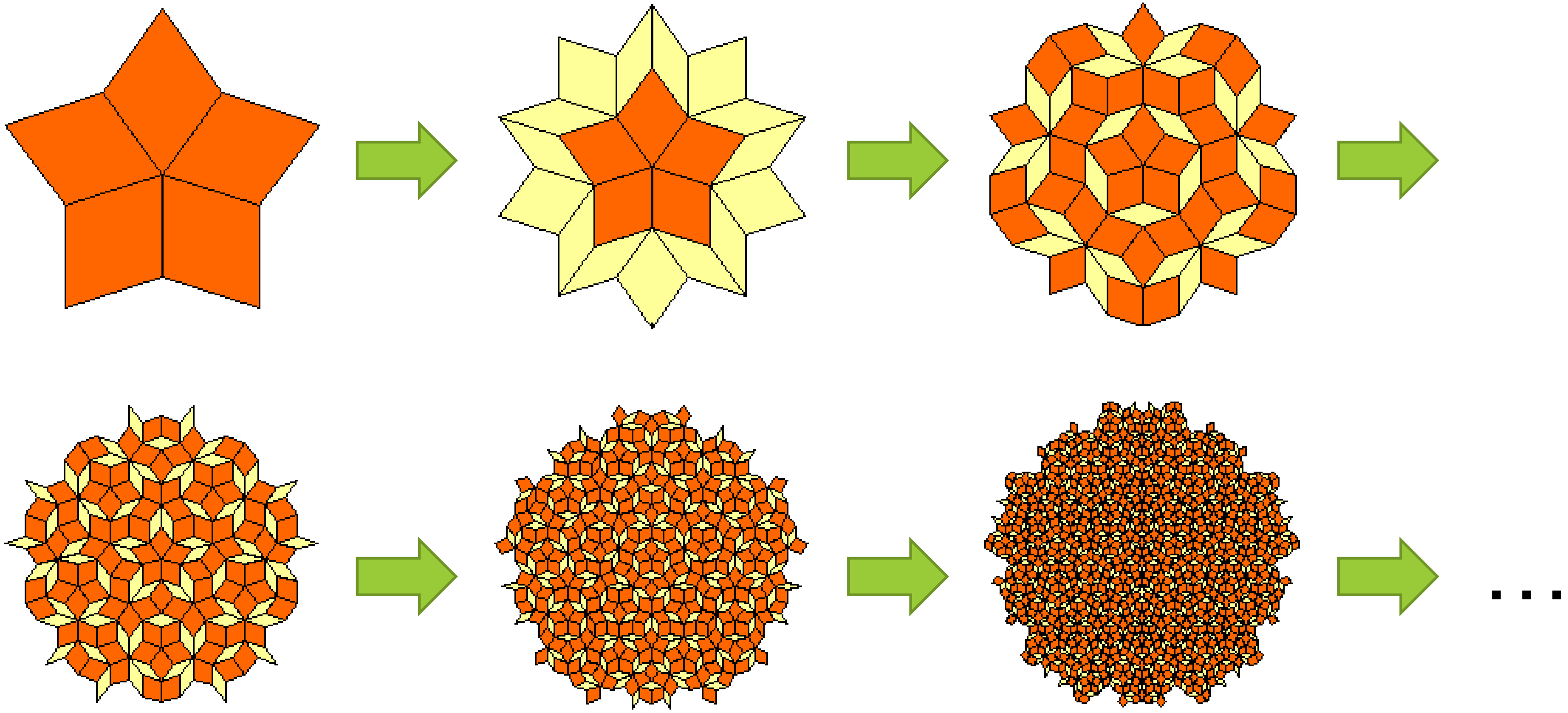
A Penrose-féle csempézés az aperiodikus csempehalmazok (illetve az azokkal való csempézések) egy olyan csoportja, amit Roger Penrose (és tőle függetlenül Robert Ammann) fedezett fel.

Tulajdonságai:

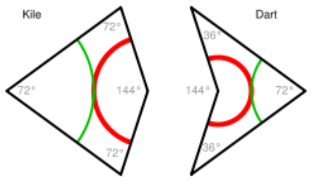
- nem periodikus
- önhasonló, fraktál-szerű
- egy kvázikristály

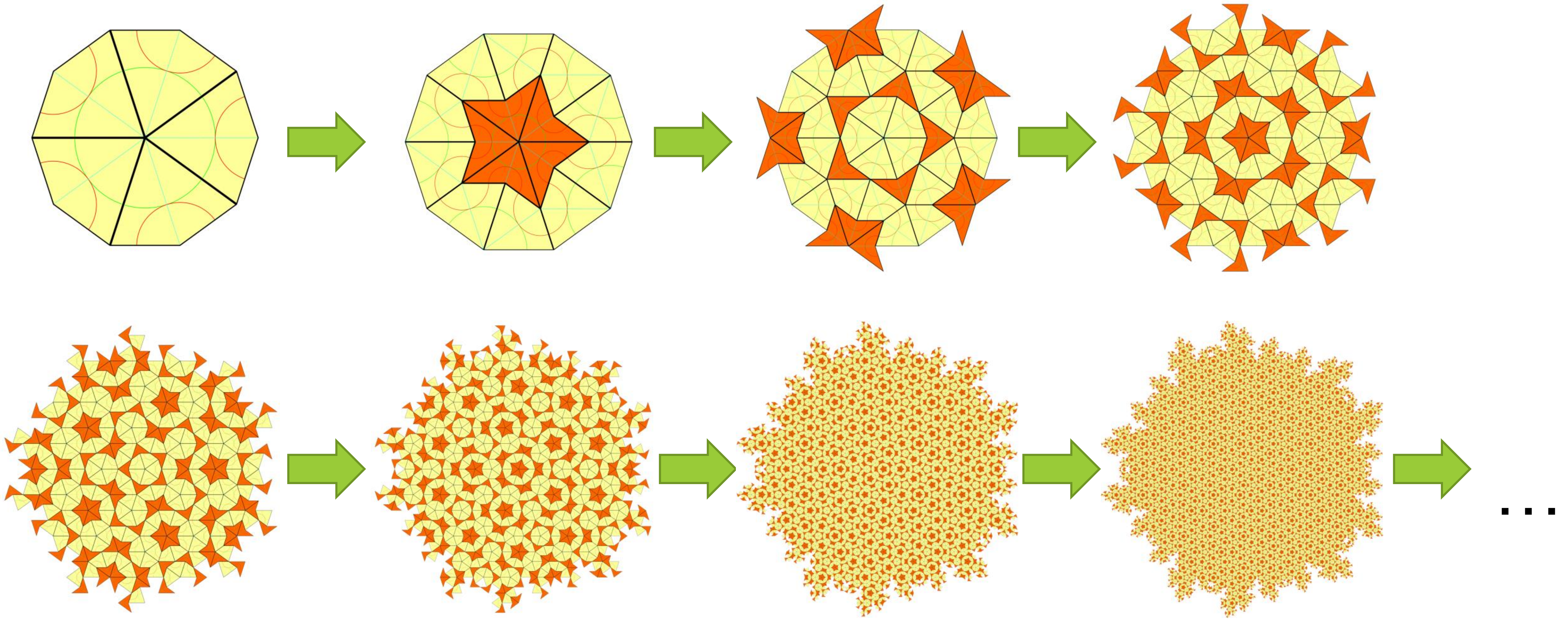
PENROSE-FÉLE CSEMPÉZÉS „KÖVÉR” ÉS „SOVÁNY” ROMBUSZOKKAL



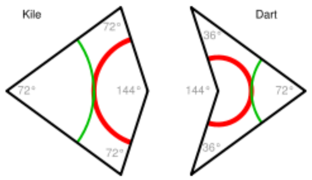


PENROSE-FÉLE CSEMPÉZÉS „SÁRKÁNY” ÉS „DÁRDA” DELTOIDOKKAL





PENROSE-FÉLE CSEMPÉZÉS „SÁRKÁNY” ÉS „DÁRDA” DELTOIDOKKAL

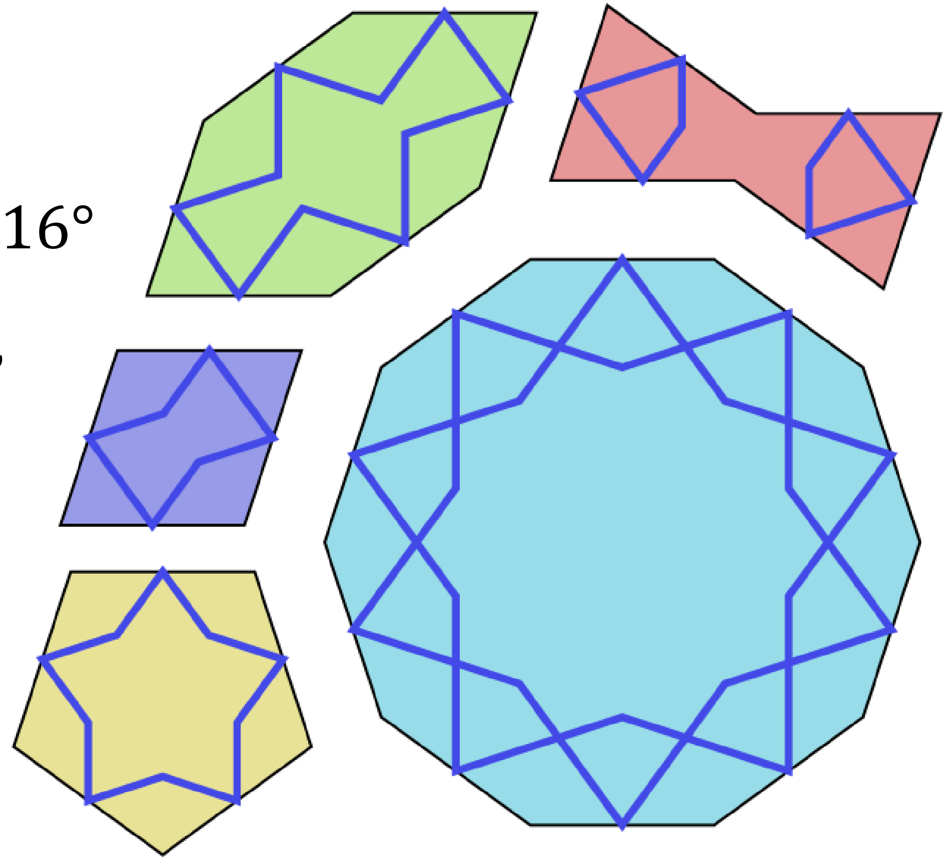


Itt megjelenik az **aranyarány**!

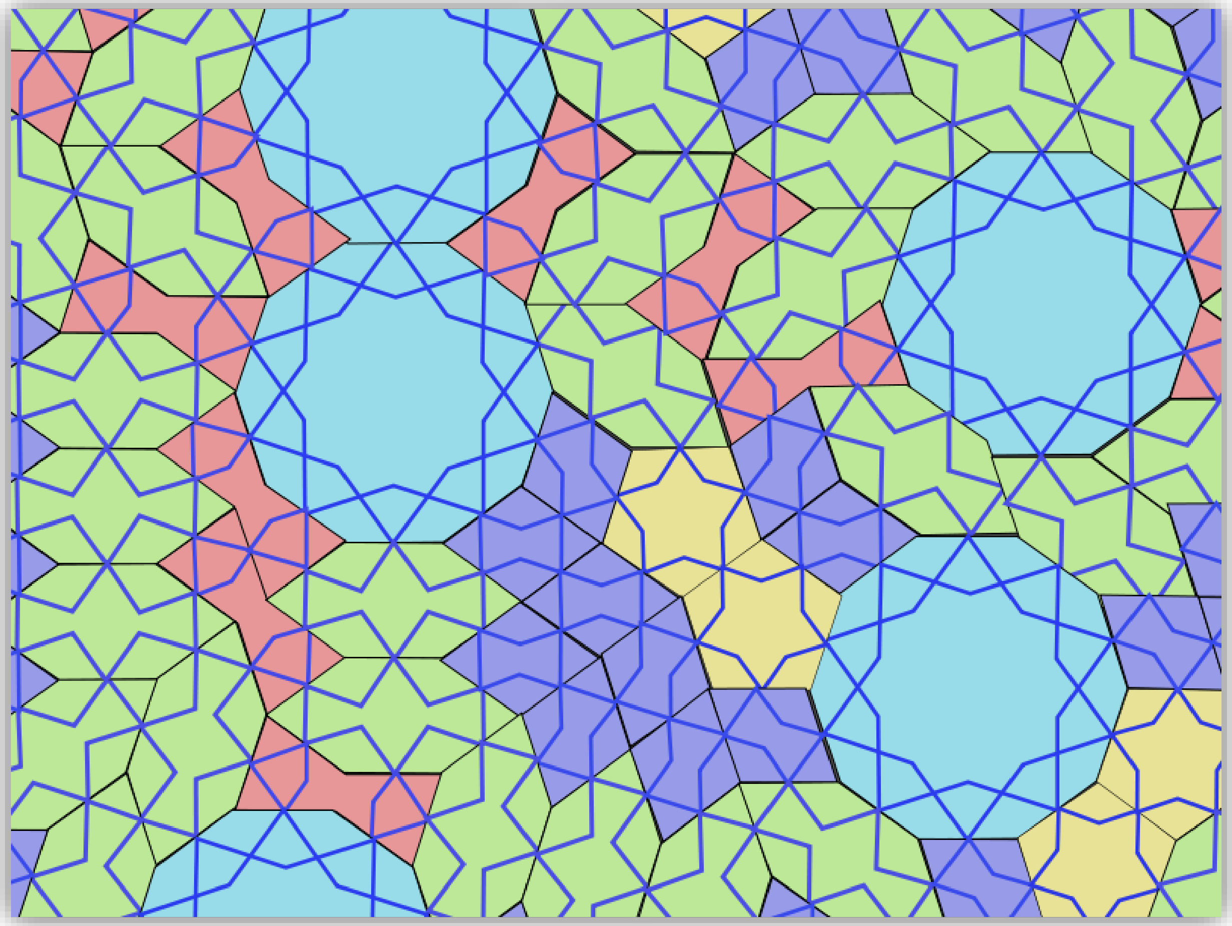
- A deltoidok rövidebb oldala 1, a hosszabb pedig $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.6180339887\ldots$
- A sárkányok ϕ-szor annyian vannak, mint a dárdák.
- A területek aránya is ϕ-szoros.
- A csempézés nem-periodikusságának egyik bizonyításában is döntő szerepe van, hiszen a ϕ irracionális szám.

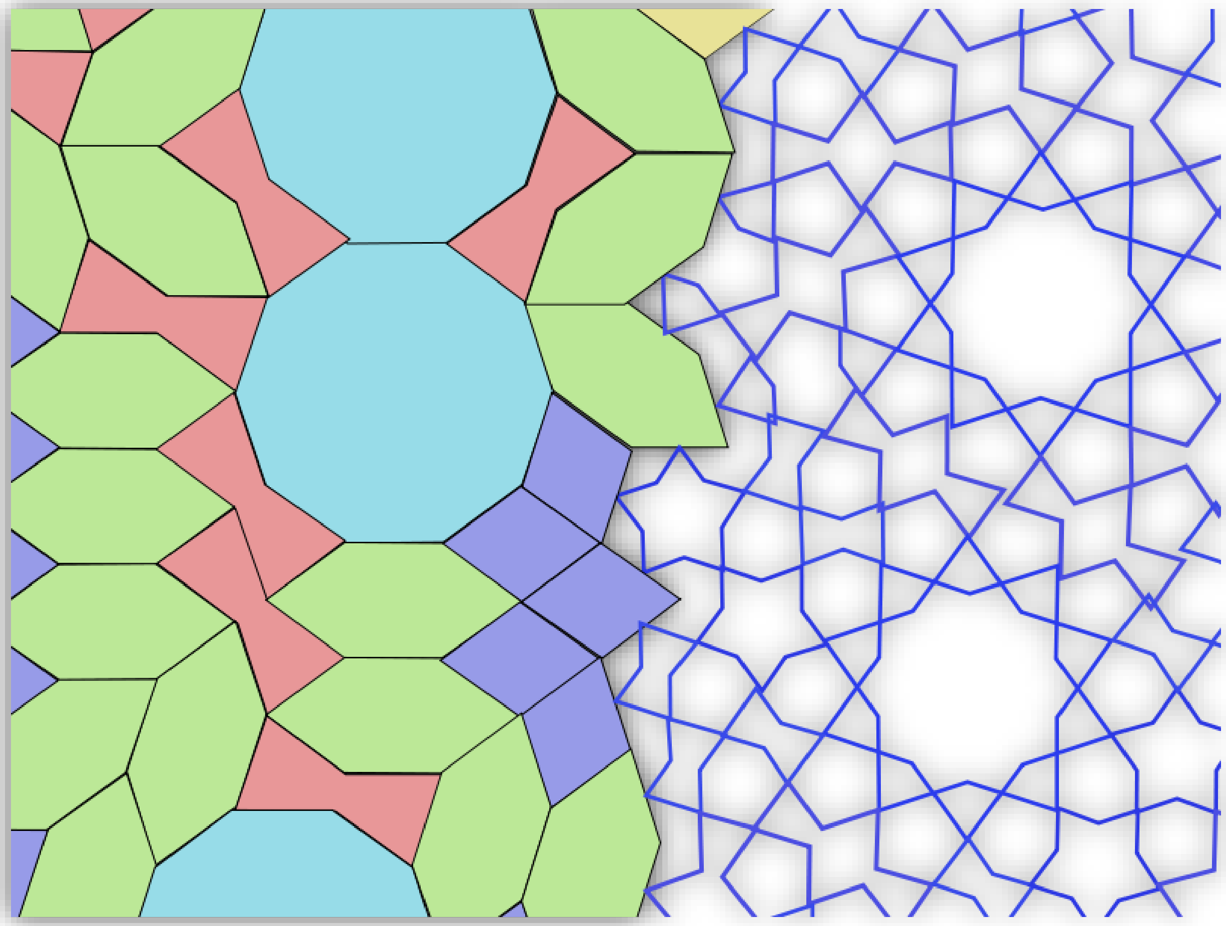
GIRIH („CSOMÓ") CSEMPÉK

- 13. századtól kezdve az iszlám művészetben használt csempe
- hasonlóságot mutatnak a Penrose-csempékkel (Peter J. Lu, Paul J. Steinhardt)
- belső szögeinek nagysága 72°, 108°, 144° vagy 216°
- oldalfelező pontjait sokszög vonalak kötik össze, melyek a csempék illeszkedő oldalainál mindig egyenesszögben találkoznak

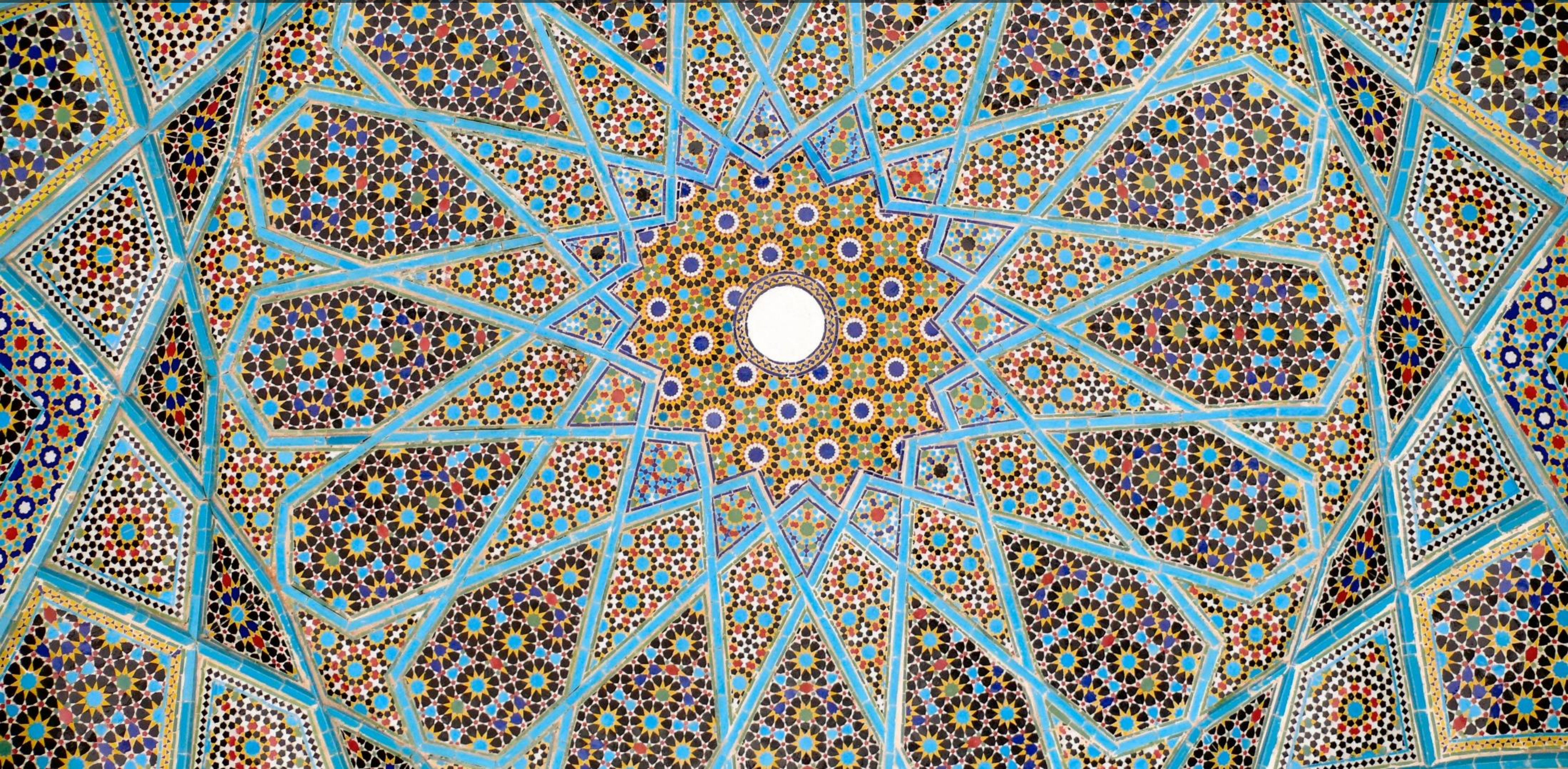


CSEMPÉZÉS GIRIH CSEMPÉVEL

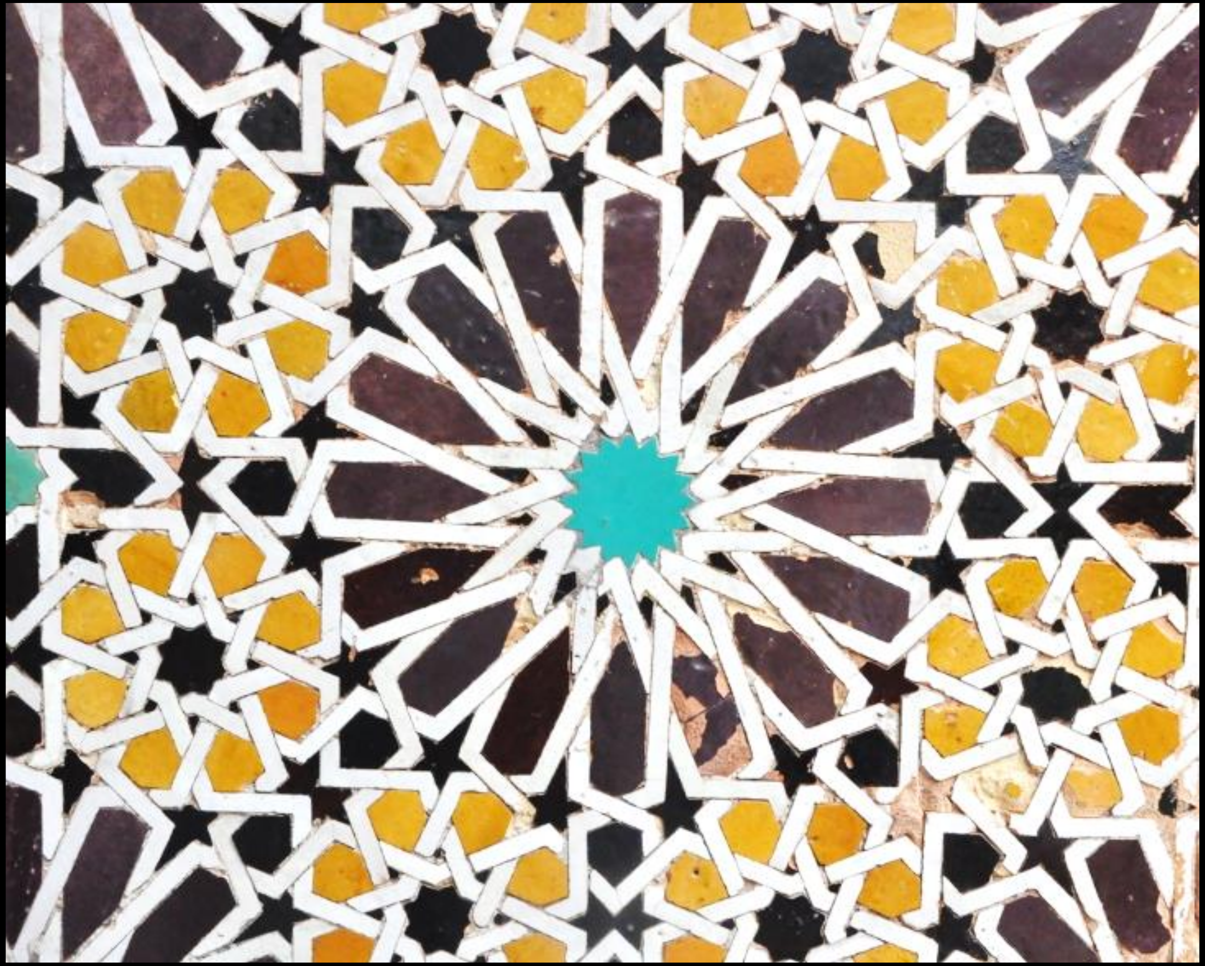




HAFEZIYEH/HAFEZ SÍREMLÉKE (SHIRAZ, IRAN) 1935

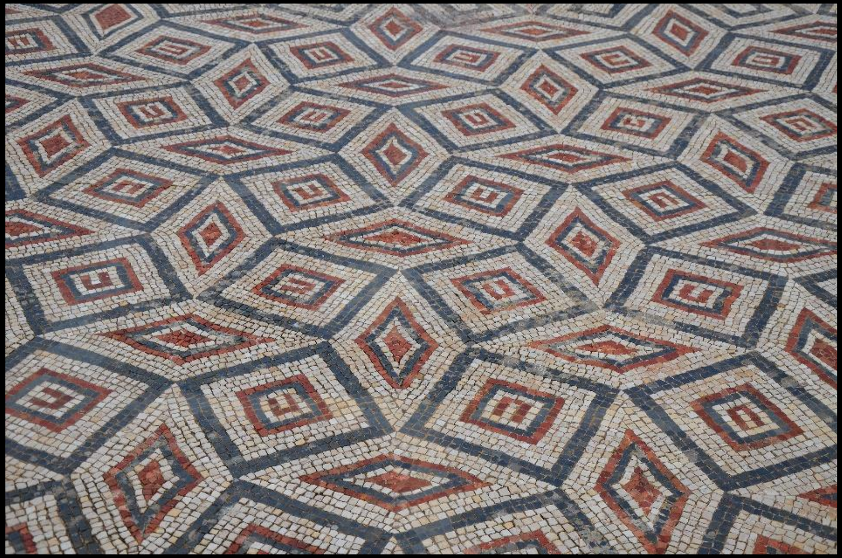


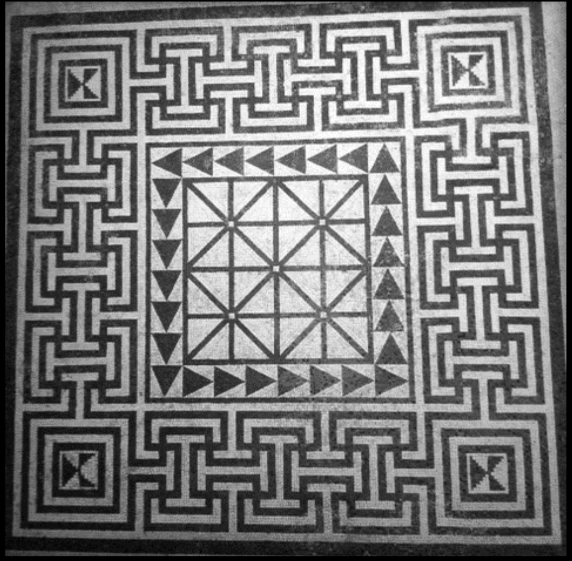
ZELLIGE: A GIRIH „ROKONA”

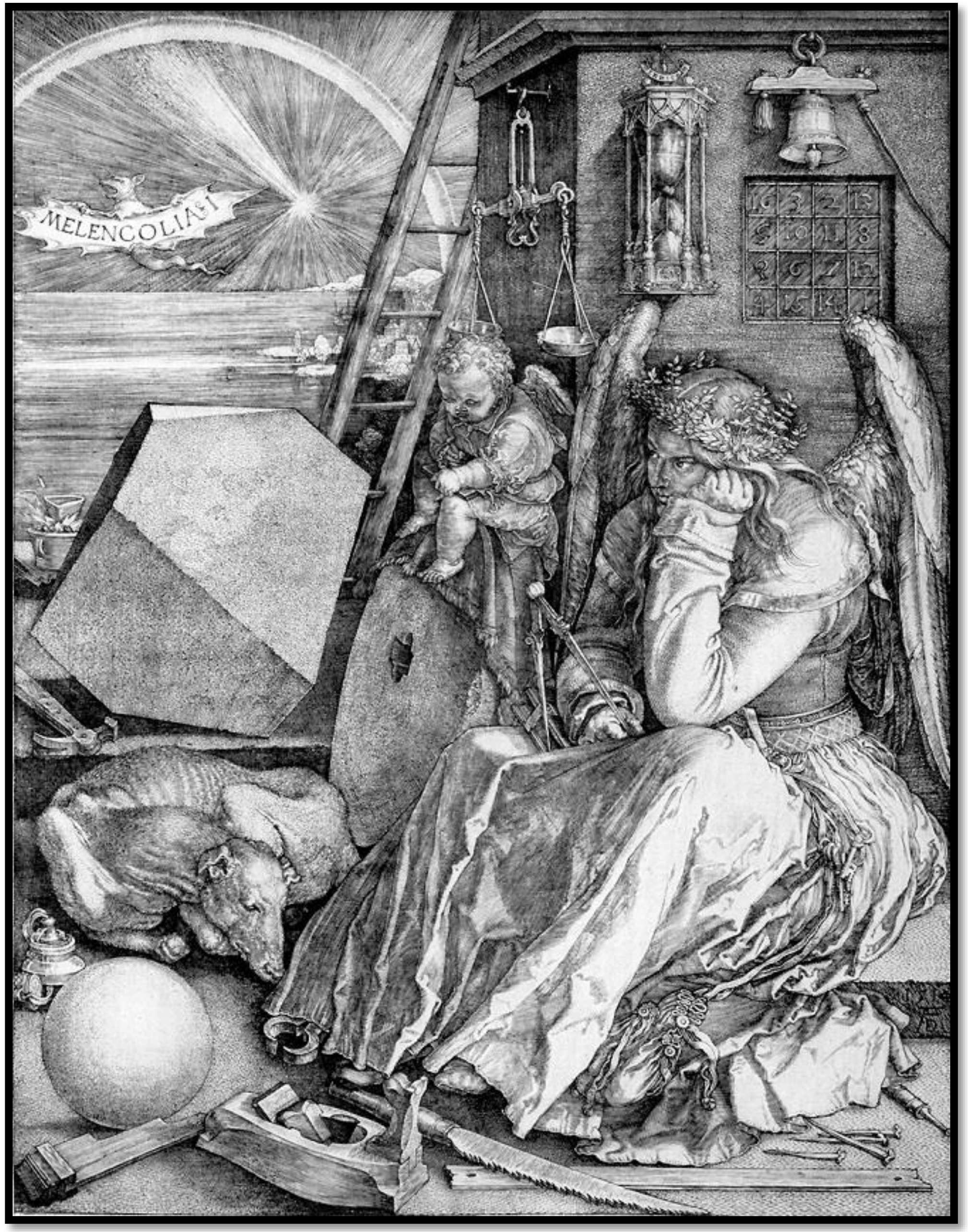



ÓKORI GEOMETRIKUS MOZAIK MINTÁK

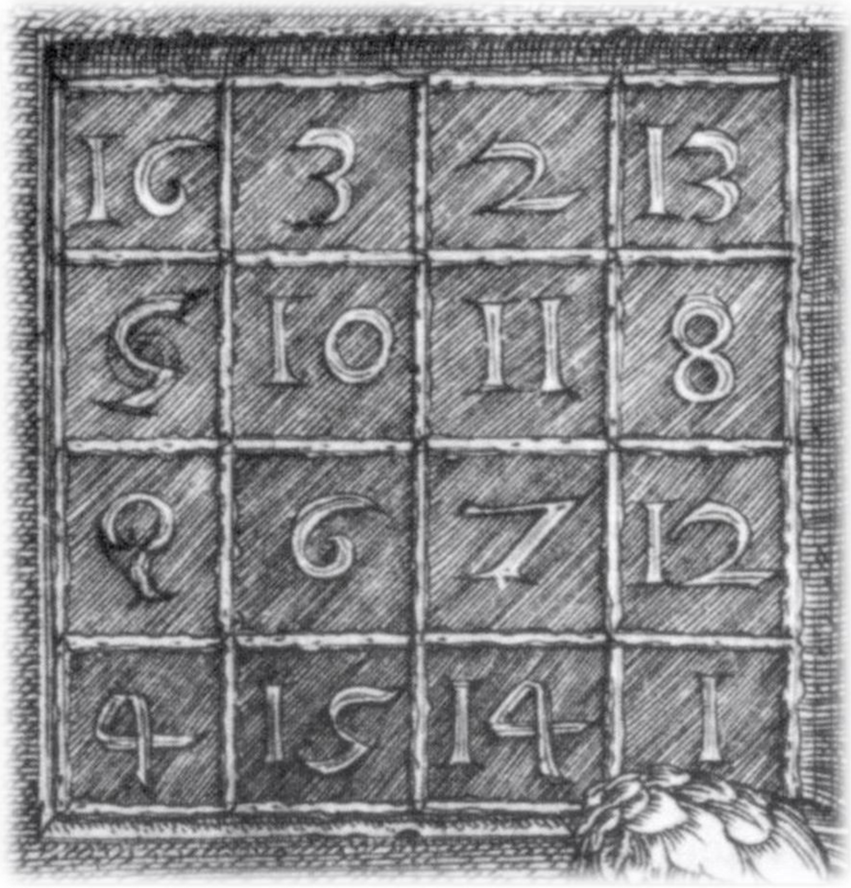
ÓKORI GEOMETRIKUS MOZAIK MINTÁK



ALBRECHT DÜRER - MELANKÓLIA I (1514, RÉZMETSZET)



DÜRER MÁGIKUS NÉGYZETE

Henricus Cornelius Agrippa von Nettesheim

Titkos bölcselet:

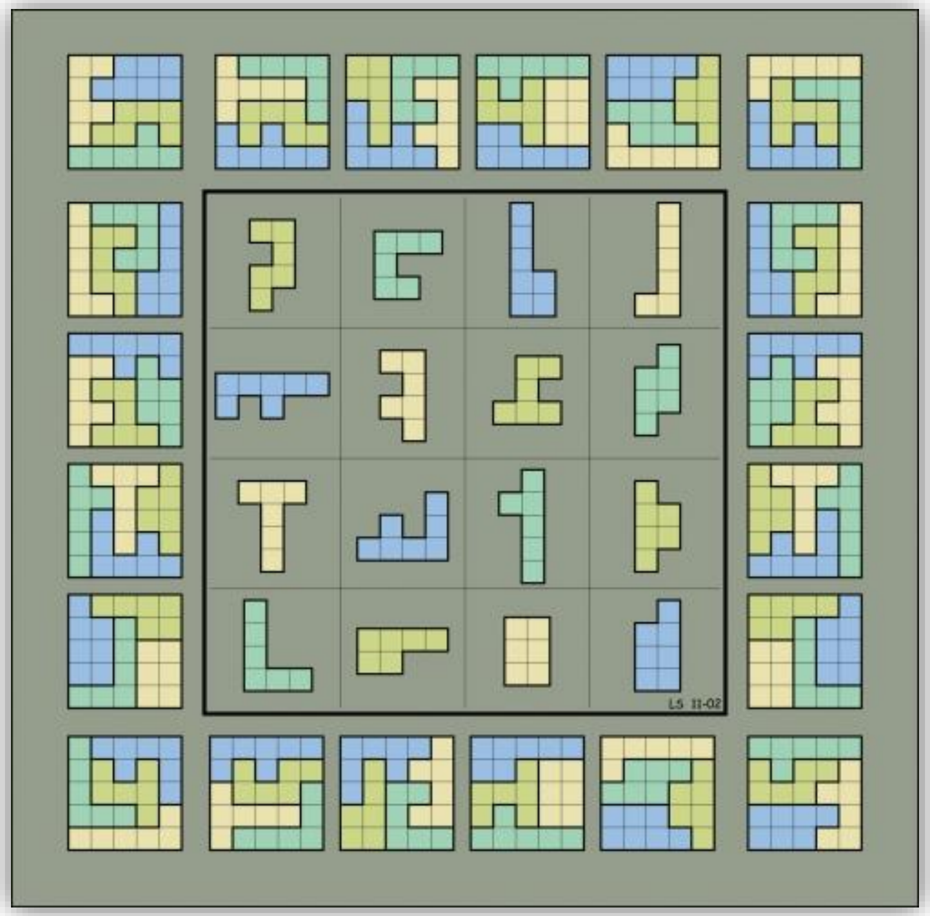
- a hét – asztrológiai – bolygó és a mágikus négyzetek kapcsolata
- a bolygók száma határozza meg az adott négyzet oldalának nagyságát

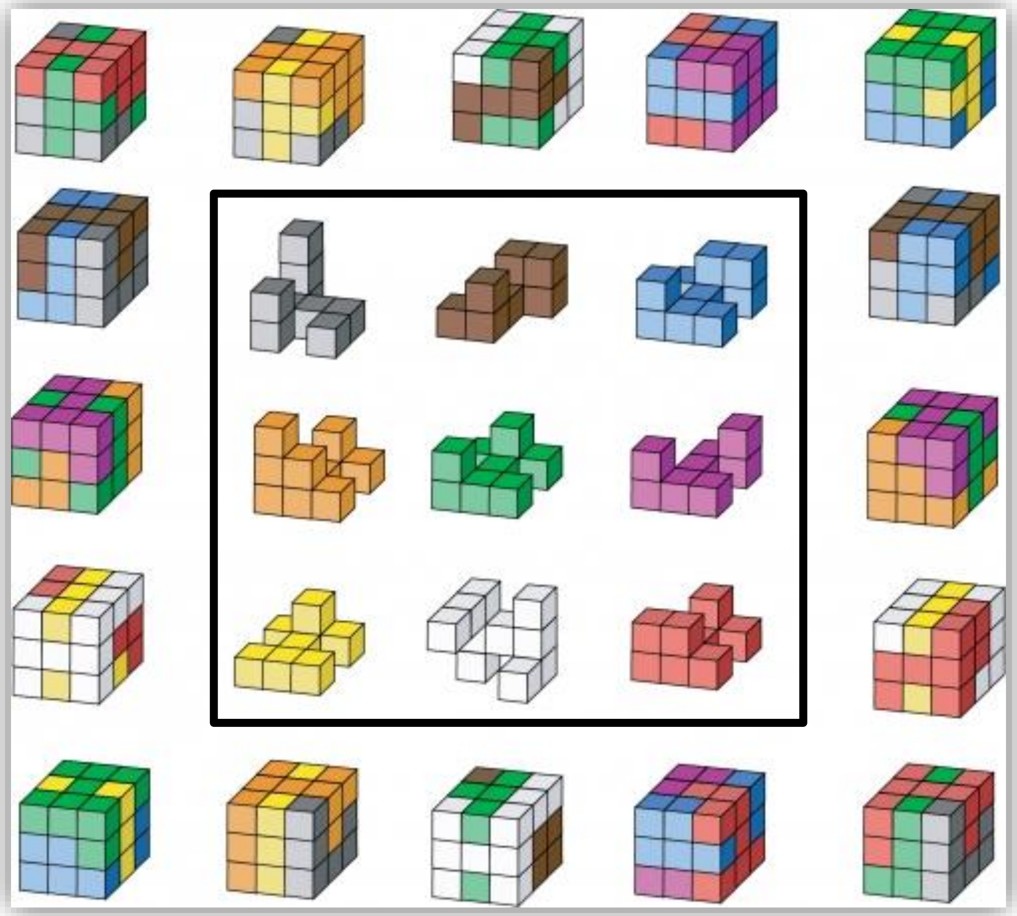
Jupiter-négyzet = 34

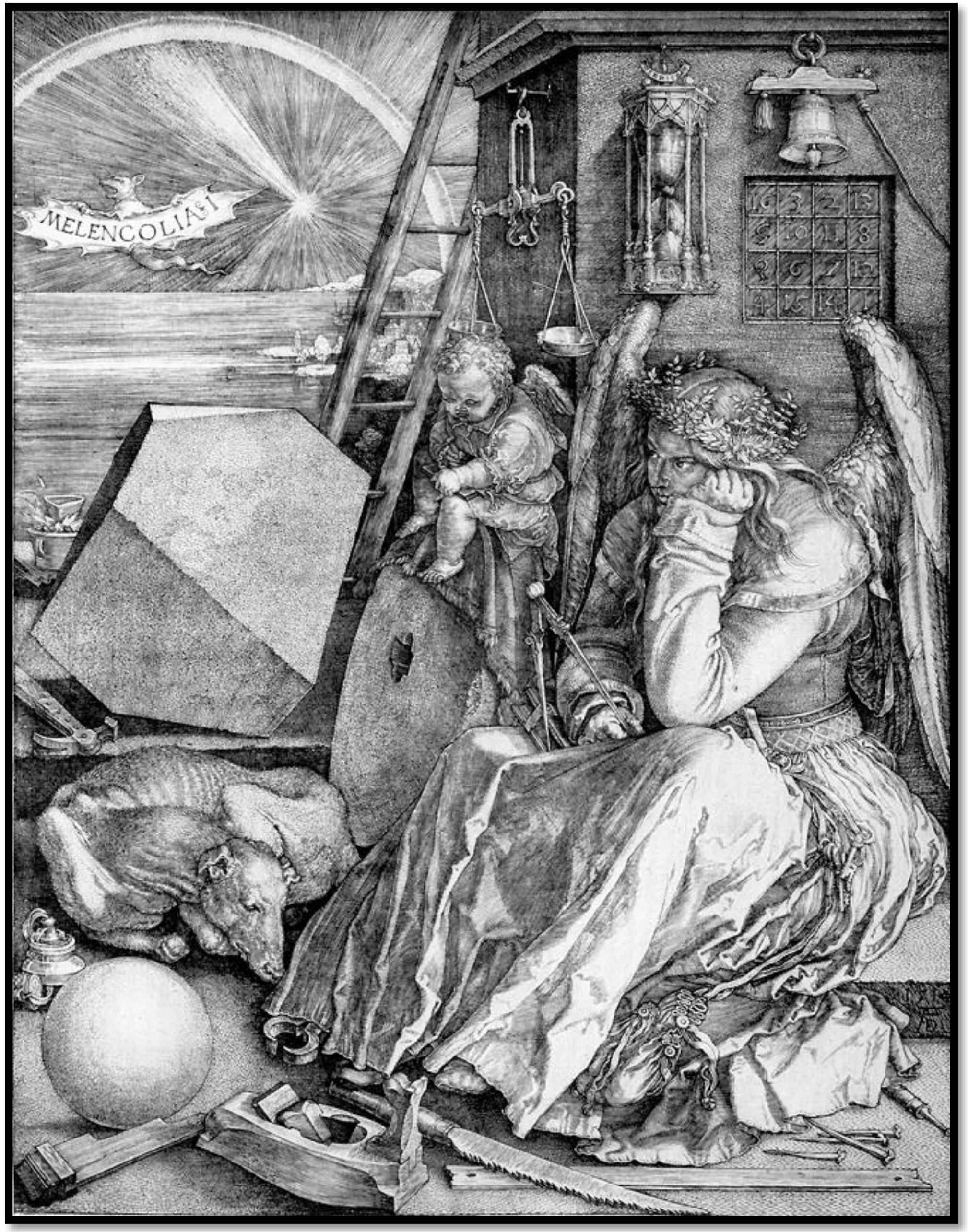
Gnómon mágikus négyzet

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

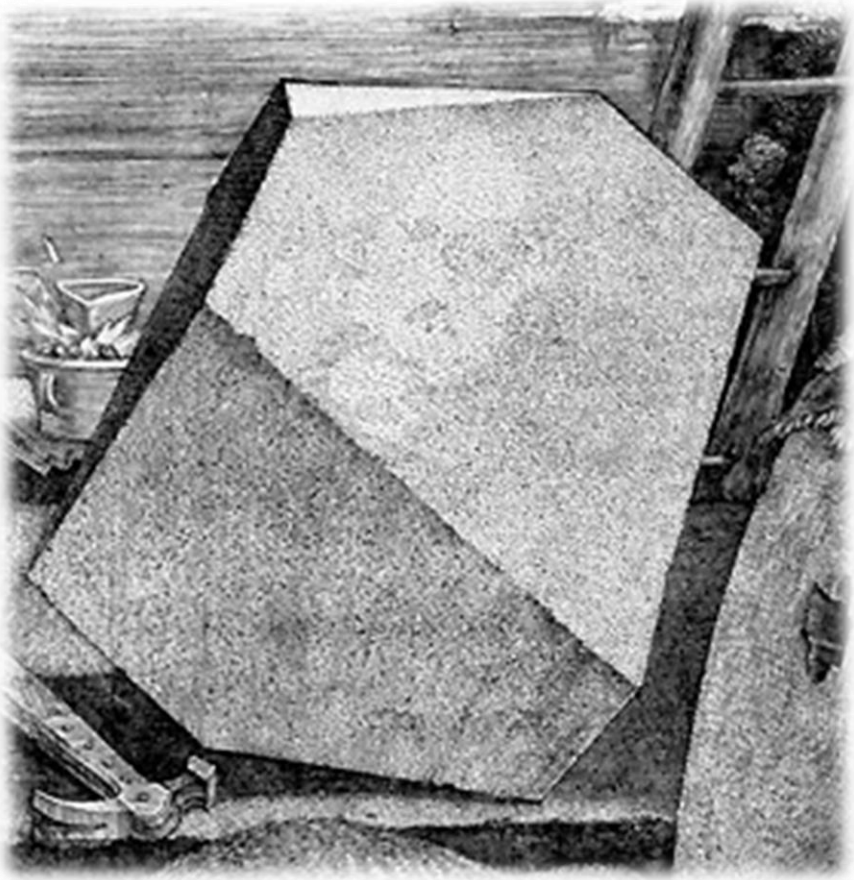
GEOMETRIKUS MÁGIKUS NÉGYZETEK



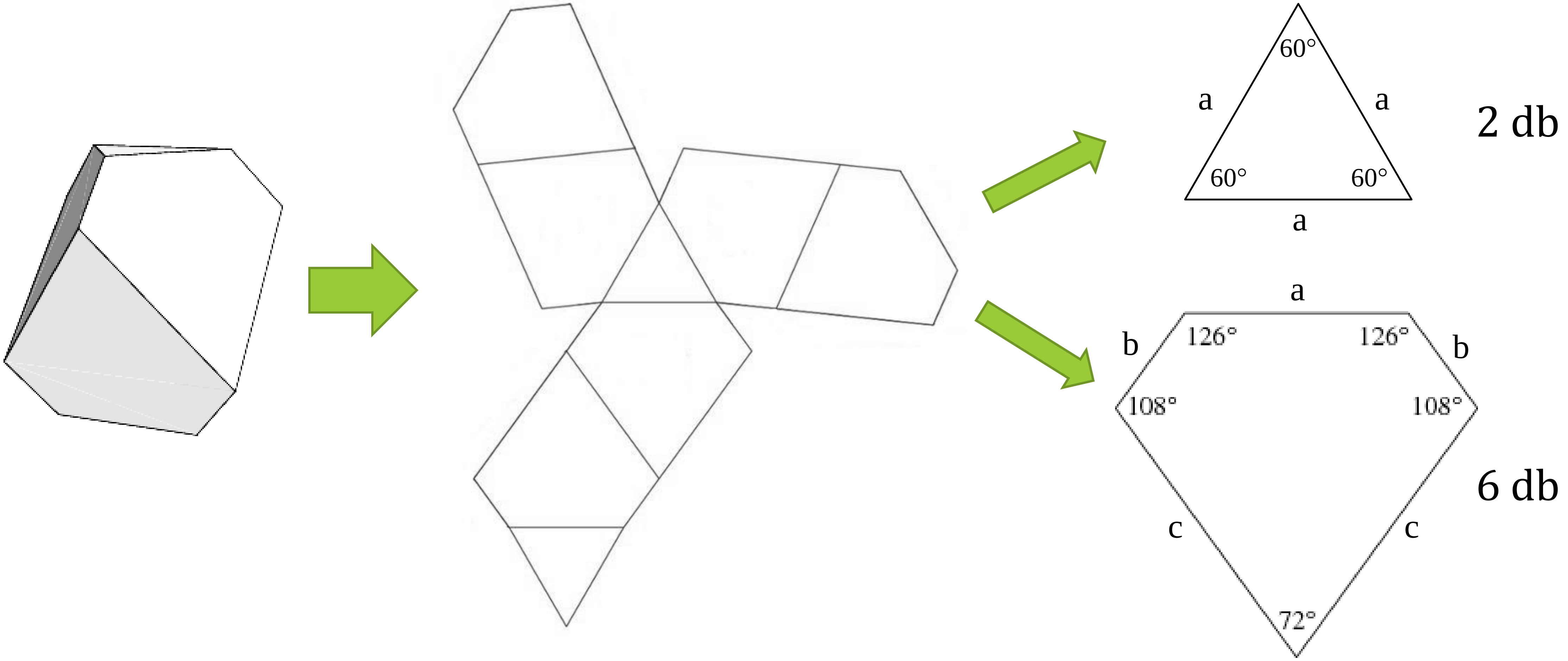




ALBRECHT DÜRER - MELANKÓLIA I (1514, RÉZMETSZET)



DÜRER POLIÉDERE



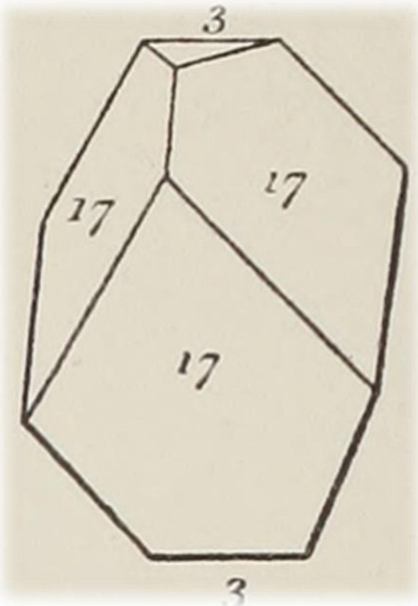
DÜRER POLIÉDERE

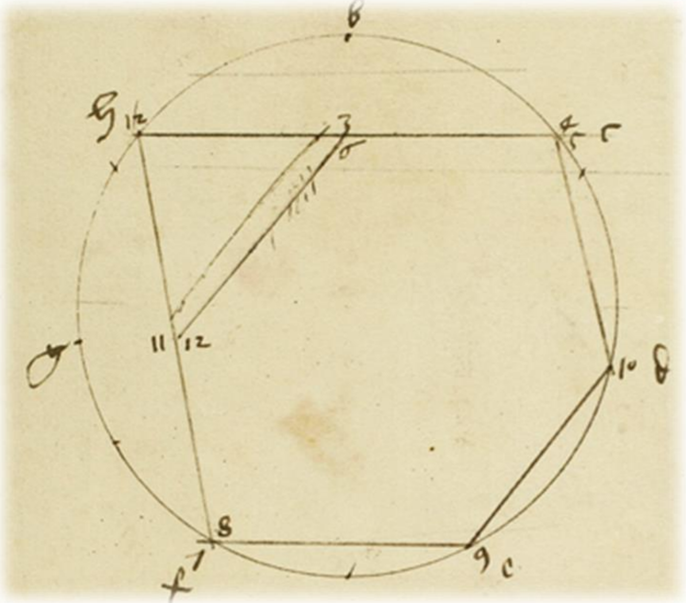
Micsoda?

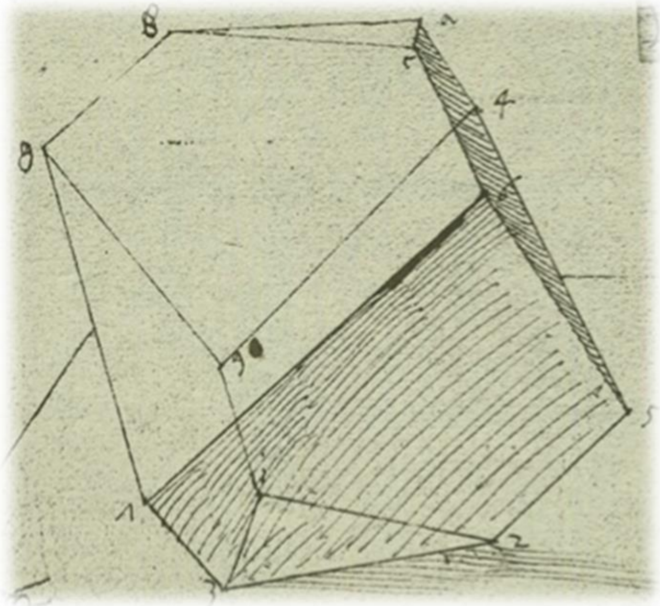
1) csonkolt háromszög trapezoéder
2) csonkolt romboéder

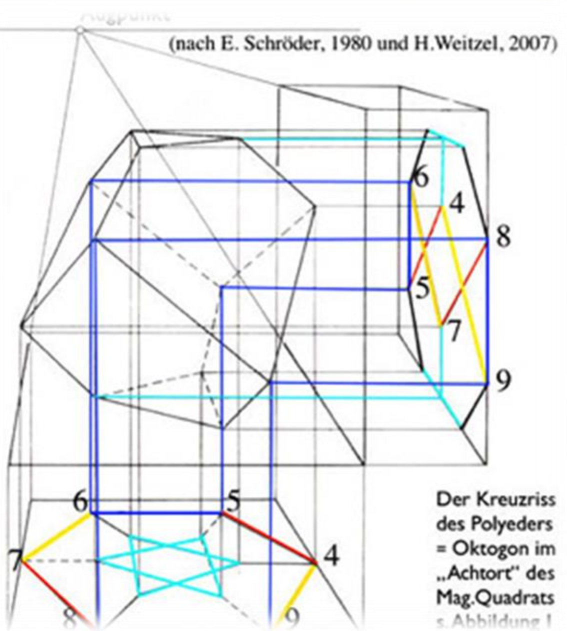
Honnan ered?

a) „Calcite No. 17." kristály
b) a gyémánt forma összes csúcsa érinti a köré rajzolt kör körvonalát
c) kocka megduplázása déloszi probléma megoldása
d) merőlegesen vetítve a csúcsok képei a mágikus négyzet rácspontjaira illeszkednek



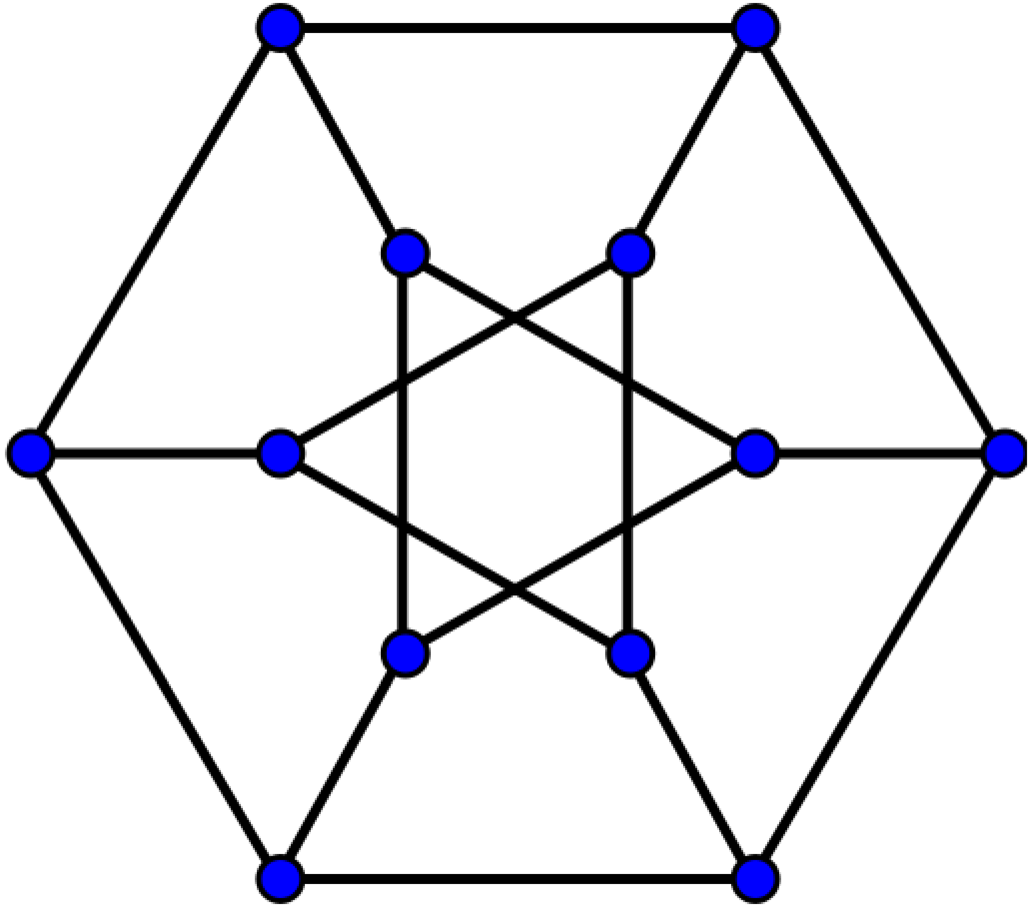






Forrás: https://www.theguardian.com/science/alexs-adventures-in-numberland/2014/dec/03/durers-polyhedron-5-theories-that-explain-melencolias-crazy-cube

DÜRER-GRÁF: DÜRER POLIÉDER CSONTVÁZA



Jellemzők:	
Csúcsok	12
Élek	18
Sugár	3
Átmérő	4
Bőség	3
Automorfizmus	12 (D_6)
Kromatikus szám	3
Kromatikus index	3
Jellemzők	kocka síkbarajzolható jól lefedett

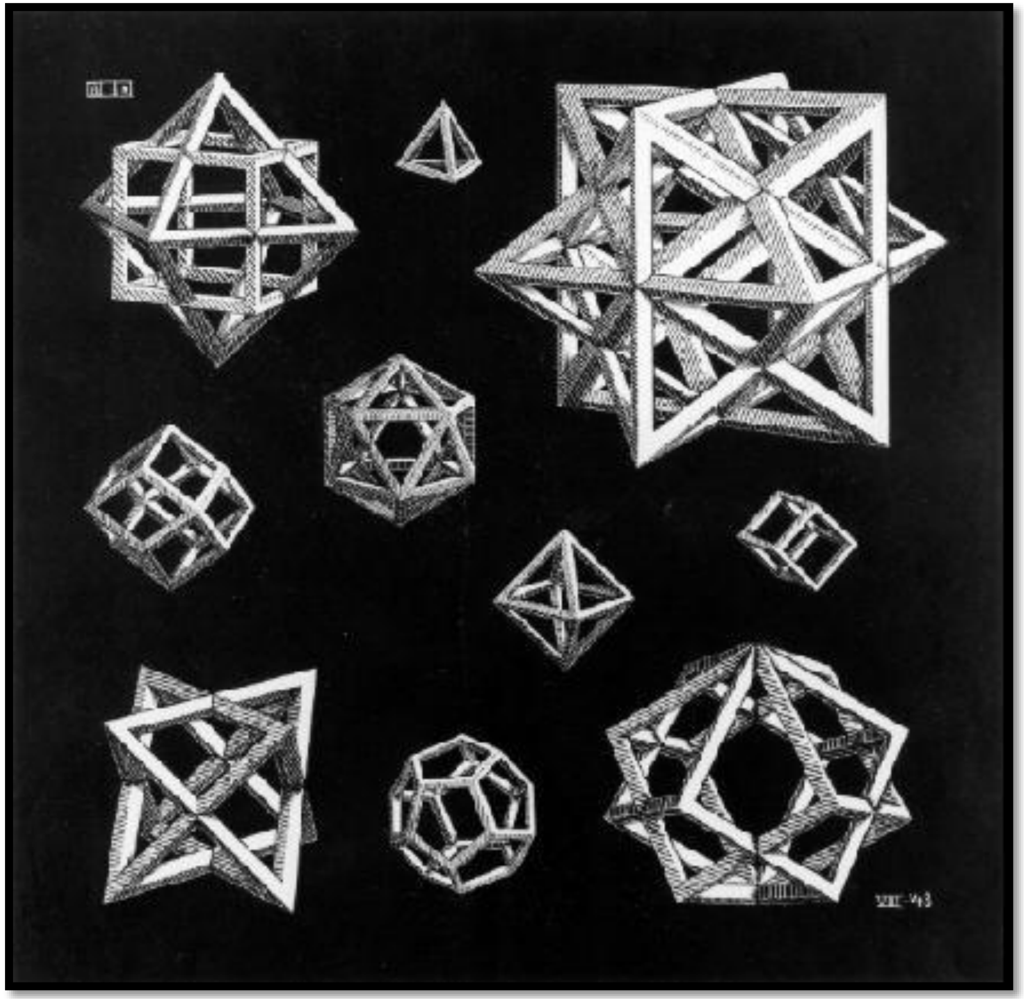
DÜRER-SEJTÉS

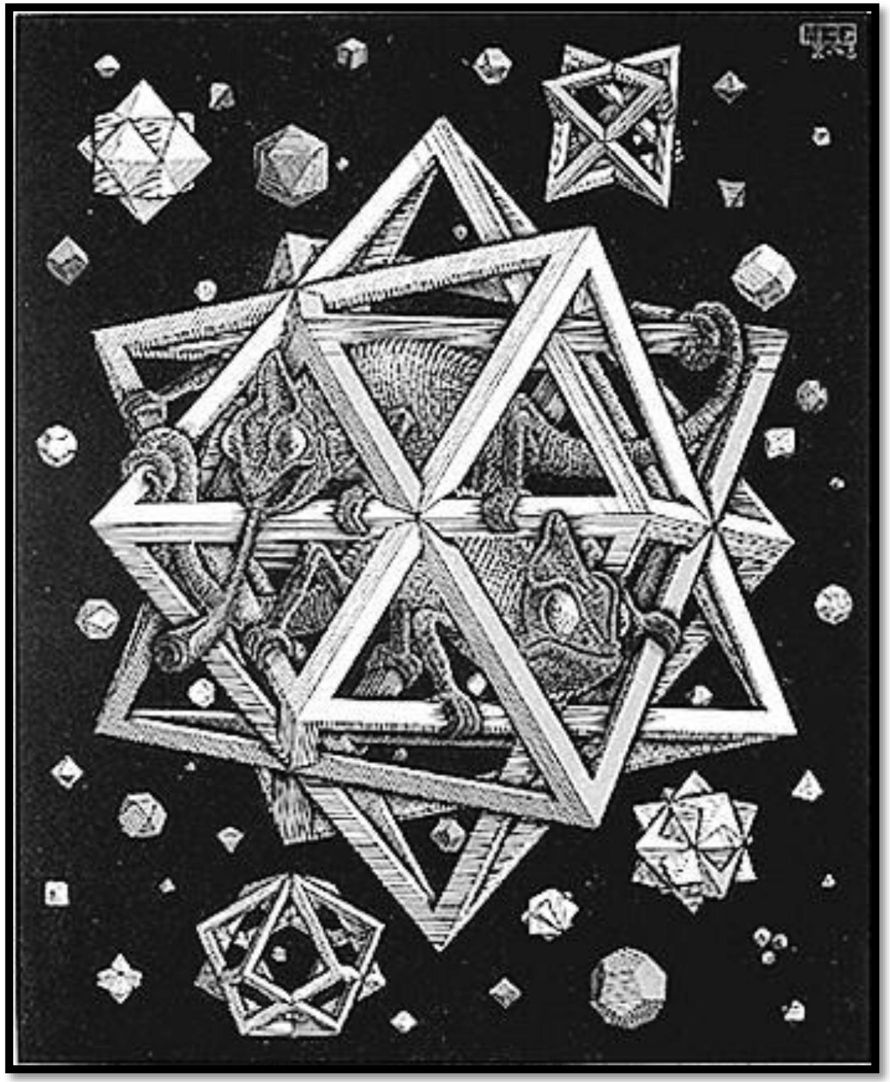
Minden poliédert fel lehet vágni az élei mentén úgy, hogy lapjai (átfedés nélkül) kiteríthetőek legyenek a síkban, egy összefüggő sokszöget képezve.

A sejtés ma is nyitott.

2004-ben, a mindössze 13 éves Bezdek Dániel speciális esetben bebizonyította a sejtést. Nevezetesen, ha a test olyan konvex poliéder, amelynek minden lapja szabályosan csatlakozó egybevágó egyenlő oldalú háromszögek egyesítése, akkor a sejtés igaz. (Ekkor minden lap legfeljebb 6 oldalú és magának a poliédernek is legfeljebb 12 csúcsa van, ami az Euler-féle poliédertételből következik).

MAURITS CORNELIS ESCHER - STUDY FOR STARS ÉS STARS (1948, FAMETSZET)





MATEMATIKAI FORMULÁK „SZÉPSÉGVERSENYE”

- 16 posztgraduális vagy posztdoktori szintű matematikust vizsgáltak
- a vizuális és zenei szépségért felelős agyi tevékenységet vizsgálták különböző egyenletek esetében
- 60 matematikai formulát értékeltek
    1. alkalommal: papíron, -5 és 5 közötti skálán
    2. alkalommal: fMRI-n keresztül, *csúnya – semleges – szép* választ adhattak

Legszebb egyenlet

Euler azonosság

$$\mathbf{1} + e^{i\pi} = \mathbf{0}$$

Legcsúnyább egyenlet

Ramanujan végtelen sorozata 1/π-re

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103 + 26390k)}{(k!)^4 396^{4k}}$$

Forrás: https://doi.org/10.3389/fnhum.2014.00068

KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!