

Matematikai analízis II.

1. zárthelyi dolgozat - 2007. március 20.

A. csoport

Gyakv. neve: A gyakorlat időpontja:

Név, Neptun kód:

Az írásbeli dolgozat hat feladatot tartalmaz. Minden részfeladat helyes megoldása **tíz** pont ér. **A feladatokra adott eredményeket, válaszokat indokolni kell**, pl. hivatkozni tételre, definícióra, stb! Indoklás hiányában a hibátlan megoldás **nem teljesértékű!** A feladatok megoldásához 90 perc áll rendelkezésre.

1. **Feladat.** Számítsa ki az alábbi integrálokat!

(a) $\int_0^1 \sqrt{2x+3} \, dx$ (10 pont)

(b) $\int x \ln x \, dx$ (10 pont)

(c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x \, dx$ (10 pont)

(d) $\int \frac{1}{x^2+3x+2} \, dx$ (10 pont)

2. **Feladat.** Konvergens-e az alábbi improprius integrál?

$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} \, dx$$

(10 pont)

3. **Feladat.** Számítsa ki annak a síkrésznek a területét, amelyet alulról az $y = x^2$, felülről pedig az $y = 3 - 2x^2$ parabola határol! (10 pont)

4. **Feladat.** Számítsa ki annak a forgástestnek a térfogatát, amelyet az $f(x) = e^x$, $0 \leq x \leq 1$ függvény grafikonjának az x tengely körüli megforgatásával kapunk! (10 pont)

5. **Feladat.** Konvergens-e az alábbi sorok?

(a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$$

(10 pont)

(b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n+2} \right)^n$$

(10 pont)

6. **Feladat.** Milyen $x \in \mathbb{R}$ esetén konvergens a

$$\sum_{n=0}^{\infty} (x-1)^n$$

sor? Adja meg az összegét is! (10 pont)

Jó munkát!