

A közgazdaságtan matematikai alapjai

I. zárthelyi dolgozat

2014. október 28. - „A” csoport

Gyak.vezető neve:

A gyakorlat időpontja:

Név, neptun kód:

A beugró feladatokat kérjük a feladat utáni üres helyre oldja meg. Amennyiben három kérdés közül legalább kettő nem tökéletes, a **dolgozat összpontszáma nulla**. A többi feladat a papír hátoldalán található. A beugró feladaton kívül a dolgozat öt feladatot tartalmaz. Az egyes feladatokért kapható pontszámok a példák mellett találhatók. **A feladatokra adott eredményeket, válaszokat indokolni kell**, pl. hivatkozni tételre, definícióra, stb! Indoklás hiányában a hibátlan megoldás **nem teljesértékű!** A feladatok megoldásához 90 perc áll rendelkezésre.

Beugró feladatok Adja meg az alábbi függvények deriváltját!

a.)

(3 pont)

$$f(x) = \frac{x^{17} - 8x^2}{\cos(x)}$$

b.)

(3 pont)

$$f(x) = \operatorname{tg}(x) \cdot \log_3(x)$$

c.)

(3 pont)

$$f(x) = \sqrt[5]{e^x}$$

1. **Feladat.** Adja meg $f \circ g$ -t, ha

(6 pont)

$$x \in [0; 9], \quad f(x) = \sqrt{x}$$

és

$$x \in [0; 2], \quad g(x) = 2x^2 - 3$$

2. **Feladat.** Számolja ki az alábbi határértékeket!

(a)

(5 pont)

$$a_n = \sqrt[n]{3 - \cos(n)}$$

(b)

(5 pont)

$$b_n = \left(\frac{3n+2}{3n-1} \right)^n$$

(c)

(5 pont)

$$c_n = \sqrt{2n+1} - \sqrt{2n - \sqrt{n}}$$

3. **Feladat.** Igazolja, hogy az alábbi sorozatnak nincs határértéke!

(5 pont)

$$a_n = \frac{(-1)^n \cdot 5n^2 + 1}{2n^2 + 3n}$$

4. **Feladat.** Adja meg az alábbi függvényhatárértékeket, ha léteznek!

(a)

(5 pont)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(7x)}{\sin(2x)}$$

(b)

(5 pont)

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{5}}{x^2 - 25}$$

5. **Feladat.** Folytonos-e az alábbi függvény az $x = -2$ helyen?

(5 pont)

$$f(x) := \begin{cases} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 3x + 2} & \text{ha } x < -2, \\ 5 & \text{ha } x \geq -2. \end{cases}$$

Jó munkát!

A közgazdaságtan matematikai alapjai

I. zárthelyi dolgozat 2014. október 28. - „B” csoport

Gyak.vezető neve:

A gyakorlat időpontja:

Név, neptun kód:

A beugró feladatokat kérjük a feladat utáni üres helyre oldja meg. Amennyiben három kérdés közül legalább kettő nem tökéletes, a **dolgozat összpontszáma nulla**. A többi feladat a papír hátoldalán található. A beugró feladaton kívül a dolgozat öt feladatot tartalmaz. Az egyes feladatokért kapható pontszámok a példák mellett találhatók. **A feladatokra adott eredményeket, válaszokat indokolni kell**, pl. hivatkozni tételre, definícióra, stb! Indoklás hiányában a hibátlan megoldás **nem teljesértékű!** A feladatok megoldásához 90 perc áll rendelkezésre.

Beugró feladatok Adja meg az alábbi függvények deriváltját!

a.)

(3 pont)

$$f(x) = \frac{\log_2(x)}{\operatorname{ctg}(x)}$$

b.)

(3 pont)

$$f(x) = (10x^3 - 5x^2 + 17) \cdot 4^x$$

c.)

(3 pont)

$$f(x) = \sqrt[3]{\cos(x)}$$

1. **Feladat.** Invertálható-e az $f(x)$ függvény? Ha igen, akkor adja meg a függvény inverzét! (6 pont)

$$x \in [2; \infty) \quad f(x) = x^2 - 4$$

2. **Feladat.** Számolja ki az alábbi határértékeket!

- (a) (5 pont)

$$a_n = \sqrt[n]{2 + \cos(n)}$$

- (b) (5 pont)

$$b_n = \left(\frac{2n+3}{2n-5} \right)^n$$

- (c) (5 pont)

$$c_n = \sqrt{n + 5\sqrt{n}} - \sqrt{n - 4}$$

3. **Feladat.** Határozza meg az alábbi sorozat határértékét! Keressen ϵ -hoz küszöbszámot!

$$a_n = \frac{12n - 5}{6n + 1}$$

(5 pont)

4. **Feladat.** Adja meg az alábbi függvényhatárértékeket, ha léteznek!

- (a) (5 pont)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(9x)}$$

- (b) (5 pont)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x^2 - 4}$$

5. **Feladat.** Folytonos-e az alábbi függvény az $x = -3$ helyen?

(5 pont)

$$f(x) := \begin{cases} \frac{x^2+x-6}{x^2+5x+6} & \text{ha } x < -3, \\ 5 & \text{ha } x \geq -3. \end{cases}$$

Jó munkát!

A közgazdaságtan matematikai alapjai

II. zárthelyi dolgozat

2014. december 2. - „A” csoport

Gyak.vezető neve:

Név:

Gyakorlat időpontja:

Neptun kód:

A beugró feladatokat kérjük a feladat utáni üres helyre oldja meg. Amennyiben három kérdés közül legalább kettő nem tökéletes, a **dolgozat összpontszáma nulla**. A többi feladat a papír hátoldalán található. A beugró feladaton kívül a dolgozat hét feladatot tartalmaz. Az egyes feladatokért kapható pontszámok a példák mellett találhatók. **A feladatokra adott eredményeket, válaszokat indokolni kell**, pl. hivatkozni tételre, definícióra, stb! Indoklás hiányában a hibátlan megoldás **nem teljesértékű!** A feladatok megoldásához 90 perc áll rendelkezésre.

Beugró feladatok

- a.) Adja meg az alábbi függvény deriváltját! (3 pont)

$$f(x) = 3^{(1-\sqrt{x})} \cdot \sin(1-x^2)$$

- b.) Számolja ki a következő határozatlan integrált! (3 pont)

$$\int x \cdot (2x^2 - 6)^4 dx$$

- c.) Számolja ki a következő határozatlan integrált! (3 pont)

$$\int \frac{e^x}{e^x - 4} dx$$

1. **Feladat.** Írja fel az alábbi függvény grafikonjához a $(4; 0)$ pontból húzható érintőjének az egyenletét! (6 pont)

$$f(x) = \frac{1}{x-2}$$

2. **Feladat.** Keresse meg az alábbi függvény összes szélsőértékeit! (5 pont)

$$x \in [-1; 2], \quad f(x) = x^3 - 6x^2$$

3. **Feladat.** Számolja ki az alábbi határértéket! (6 pont)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln(x+1) - (x+1)^2 + 1}{\cos(x) - 1}$$

4. **Feladat.** Mely intervallumon **konvex** az alábbi függvény? (6 pont)

$$f(x) = x^5 + 5x^4$$

5. **Feladat.** Számolja ki az alábbi határozatlan integrált! Használja a $\sqrt{x} = t$ helyettesítést! (6 pont)

$$\int \frac{1}{\sqrt{x} + 2} dx$$

6. **Feladat.** Számolja ki az $y = x^2 + 3x$ és az $y = 2x + 6$ egyenletű görbék által közrezárt korlátos síkidom területét! (6 pont)

7. **Feladat.** Az $y = \sqrt{x \cdot \cos(x)}$ egyenletű görbe $[0; \frac{\pi}{2}]$ intervallum fölötti ívét forgassa meg az x tengely körül. Mekkora a kapott forgástest térfogata? (6 pont)

Jó munkát!

A közgazdaságtan matematikai alapjai

II. zárthelyi dolgozat

2014. december 2. - „B” csoport

Gyak.vezető neve:

Név:

Gyakorlat időpontja:

Neptun kód:

A beugró feladatokat kérjük a feladat utáni üres helyre oldja meg. Amennyiben három kérdés közül legalább kettő nem tökéletes, a **dolgozat összpontszáma nulla**. A többi feladat a papír hátoldalán található. A beugró feladaton kívül a dolgozat hét feladatot tartalmaz. Az egyes feladatokért kapható pontszámok a példák mellett találhatók. **A feladatokra adott eredményeket, válaszokat indokolni kell**, pl. hivatkozni tételre, definícióra, stb! Indoklás hiányában a hibátlan megoldás **nem teljesértékű**! A feladatok megoldásához 90 perc áll rendelkezésre.

Beugró feladatok

a.) Adja meg az alábbi függvény deriváltját! (3 pont)

$$f(x) = e^{6\sqrt{x}} \cdot \operatorname{tg}(3x^2 + 6)$$

b.) Számolja ki a következő határozatlan integrált! (3 pont)

$$\int x^2 \cdot (2x^3 - 6)^3 dx$$

c.) Számolja ki a következő határozatlan integrált! (3 pont)

$$\int 7^{(4x-3)} dx$$

1. **Feladat.** Írja fel, az alábbi függvény grafikonjához a $(3; 0)$ pontból húzható érintőjének az egyenletét! (6 pont)

$$f(x) = -\frac{1}{x^2}$$

2. **Feladat.** Keresse meg az alábbi függvény összes szélsőértékeit! (5 pont)

$$x \in [-1; 1], \quad f(x) = 3x^3 + 9x^2$$

3. **Feladat.** Számolja ki az alábbi határértéket! (6 pont)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{2 \ln(x+1) - (x+1)^2 + 1}$$

4. **Feladat.** Mely intervallumon **konkáv** az alábbi függvény? (6 pont)

$$f(x) = x^5 + 5x^4$$

5. **Feladat.** Számolja ki az alábbi határozatlan integrált! Használja a $\sqrt{x} = t$ helyettesítést! (6 pont)

$$\int \frac{1}{x + 2\sqrt{x}} dx$$

6. **Feladat.** Számolja ki az $y = x^2 - 3x$ és az $y = 6 - 2x$ egyenletű görbék által közrezárt korlátos síkidom területét! (6 pont)

7. **Feladat.** Az $y = \sqrt{x} \cdot e^x$ egyenletű görbe $[0; 2]$ intervallum fölötti ívét forgassa meg az x tengely körül. Mekkora a kapott forgástest térfogata? (6 pont)

Jó munkát!