

Matematika I. – 2. gyakorló feladatsor

Gazdálkodási és közgazdász szakos I. évf. hallgatók számára (2005)

Számsorozatok

1. **Feladat.** Legyen $\epsilon > 0$. Keressünk az alább megadott a_n sorozatokhoz és az adott ϵ -okhoz olyan $k \in \mathbb{N}$ küszöbszámot, amelyre igaz, hogy $\forall n > k$ -ra $|a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} a_n| < \epsilon$.

(a) $a_n = \sqrt[n]{3}, n = 1, 2, \dots \quad \epsilon = 10^{-1}$

(b) $a_n = \frac{4}{(n+1)^2}, n = 0, 1, \dots \quad \epsilon = 10^{-4}$

(c) $a_n = \frac{3-n^2}{5+2n^2}, n = 0, 1, \dots \quad \epsilon = 10^{-9}$

2. **Feladat.** Vizsgáljuk meg az alábbi sorozatokat monotonitás, korlátosság és konvergencia szempontjából (ahol lehet a sorozatoknál adjunk küszöbszámot ($\epsilon > 0$ tetszőleges), egyéb esetben definíció szerint bizonyítsuk, hogy a sorozat $+\infty$ ill. $-\infty$ -hez tart)!

(a) $a_n = \frac{2n+4}{3n-3}, n = 2, 3, \dots$

(b) $a_n = \frac{2n^2+3}{2n^2-n-21}, n = 1, 2, \dots$

(c) $a_n = \frac{n-1}{5n+1}, n = 0, 1, \dots$

(d) $a_n = \frac{n-3}{2n^2+7n-15}, n = 1, 2, \dots$

(e) $a_n = \frac{n^2+3n-1}{2n-213}, n = 1, 2, \dots$

(f) $a_n = \frac{n^2-3n-1}{39-2n}, n = 1, 2, \dots$

(g) $a_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}, n = 1, 2, \dots$

(h) $a_n = \frac{n+(-1)^n}{n-(-1)^n}, n = 1, 2, \dots$

(i) $a_n = \frac{n^2}{2^n}, n = 1, 2, \dots$

(j) $a_n = n^2 \sin\left(n\frac{\pi}{2}\right), n = 1, 2, \dots$

(k) $a_n = \frac{3^n}{n!}, n = 1, 2, \dots$

(l) $a_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{10}, n = 1, 2, \dots$

3. **Feladat.** Igazoljuk, hogy az $a_n = \frac{n-1}{5n+1}$ sorozatnak $\frac{24}{125}$ nem határértéke!

4. **Feladat.** Legyen $P > 0$ adott. Keressünk a $+\infty$ ill. $-\infty$ -hez tartó sorozatokkal kapcsolatban az adott P értékekhez olyan $k \in \mathbb{N}$ küszöbszámot, melyre igaz, hogy

$$\forall n > k \text{-ra } a_n > P \text{ ill. } a_n < -P.$$

(a) $a_n = 2\sqrt{n} - n, \quad P = 10^6$

(b) $a_n = n^3, \quad P = 10^6$

(c) $a_n = \frac{n-1}{\sqrt{n}+1}, \quad P = 6500$

(d) $a_n = \frac{4-n^2}{2+n}, \quad P = 10^4$

Jó munkát!