

Matematika I. – 1. gyakorló feladatsor¹

Gazdálkodási és közgazdász szakos I. évf. hallgatók számára

Összetett- és inverz függvények

- Feladat.** Adjuk meg az $f \circ g$ és $g \circ f$ függvényt, ha $f :]-\infty; 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1-x}$ és $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2$.
- Feladat.** Adjuk meg az $f \circ g$ és $g \circ f$ függvényt, ha $f :]-2; 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x$ és $g : [0; 5] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 3$.
- Feladat.** Határozzuk meg az $f : [-1; \infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto 1 + 2x + x^2$ és $g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{x}{x-1}$ függvényekből képzett $f \circ g$ és $g \circ f$ összetett függvényeket!
- Feladat.** Határozzuk meg a $g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{x}{x-1}$ és $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{x+1}{2x^2+3x+2}$ függvényekkel képzett $g \circ h$ és $h \circ g$ összetett függvényeket!
- Feladat.** Határozzuk meg az $f : [-1; \infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto 1 + 2x + x^2$ és $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{x+1}{2x^2+3x+2}$ függvényekből képzett $f \circ h$ és $h \circ f$ összetett függvényeket!
- Feladat.** Legyen
 - $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $t \mapsto (t^2, 3t)$
 $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x, xy, 4x)$.
 - $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(x, y, z) \mapsto (x + y + z, x + y - z)$
 $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $(u, v) \mapsto u^2 + v^2$.

Van-e értelme $f \circ g$ ill. $g \circ f$ -nek? Ha igen, adjuk meg az összetett függvényt!

- Feladat.** Vizsgáljuk meg, hogy az alábbi függvényeknek létezik-e inverz függvénye! Ha igen, adjuk meg az inverz függvényt!
 - $f_1 : [-3; 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x + 5$
 - $f_2 : [-2; 18] \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2 + 1$
 - $f_3 : [-1; \infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto 1 + 2x + x^2$
 - $f_4 : [-2; \infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto 1 + 2x + x^2$
 - $f_5 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto 13$
 - $f_6 : [3; 5] \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto 3 + \sqrt{x-2}$
 - $f_7 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \begin{cases} (1+x^2), & \text{ha } x > 0 \\ 0, & \text{ha } x = 0 \\ -(1+x^2), & \text{ha } x < 0 \end{cases}$
 - $f_8 : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{x}{x-1}$
 - $f_9 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{x+1}{2x^2+3x+2}$

¹Utolsó módosítás: 2005. szeptember 5.

8. **Feladat.** Adjunk meg az alábbi függvényeknek egy olyan **leszűkítését**, amelynek **van inverze!**

(a) $g_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 - 7x - 8$

(b) $g_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sin(3x)$

(c) $g_3 : [-3; 3] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{9 - x^2}$

(d) $g_4 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 8x - 2x^3$

9. **Feladat. Invertálhatók-e** az alábbi többváltozós függvények? Ha igen, adjuk meg az inverz függvényt!

(a) $h_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (a, b) \mapsto a + b$

(b) $h_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (a, b) \mapsto (a + b, ab)$

(c) $h_3 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (a, b) \mapsto (a + b, a - b)$

(d) $h_4 : [2, 5] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2, (a, b) \mapsto (3b, a + 2)$

10. **Feladat.** Adjunk meg néhány olyan $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt, amely **azonos az inverzével!** Milyen tulajdonságú pontthalmaz e függvények grafikonja?

Jó munkát!