

Komplex számok

1. Tekintsük az alábbi komplex számokat: $z_1 = 2-3i$, $z_2 = 5i$, $z_3 = -4+3i$, $z_4 = 6$,
 $z_5 = -2-5i$, $z_6 = 4+i$
- Ábrázolja a fenti számokat a komplex számsíkon!
 - Adja meg a számok valós részét és képzetes részét!
 - Határozza meg a fenti számok abszolút értékét!
 - Adja meg a fenti számok konjugáltját, és ábrázolja azokat is a komplex számsíkon!

2. Hol helyezkednek el a komplex számsíkon azok a számok, amelyekre

- $\operatorname{Re}(z) < 0$
- $\operatorname{Im}(z) = 2$
- $1 < \operatorname{Re}(z) \leq 3$
- $\operatorname{Re}(z) \cdot \operatorname{Im}(z) > 0$
- $|z| = 1$
- $|z| \leq 3$

3. Tekintsük az 1. feladatban szereplő számokat! Végezze el a kijelölt műveleteket!

$$z_1+z_2, \quad 4z_2-3z_3+z_4, \quad z_5-2z_6, \quad z_1 \cdot z_2, \quad z_3 \cdot z_4, \quad (z_3)^2, \quad z_5-z_6, \quad i \cdot z_2, \quad i \cdot z_3, \quad z_1 \cdot \overline{z_1}, \quad z_6 \cdot \overline{z_6},$$
$$\frac{z_1}{z_2}, \quad \frac{z_3}{z_5}, \quad \frac{z_5}{z_6}, \quad \frac{1}{z_2}, \quad \frac{1}{z_3}, \quad \operatorname{Re}(z_1 \cdot z_6), \quad \operatorname{Im}(z_1 \cdot z_5), \quad \left| \frac{z_1}{z_6} \right|, \quad \frac{z_1 \cdot \overline{z_5}}{z_6}, \quad |(z_2)^2|,$$

$$\operatorname{Re}\left(\frac{z_3}{z_5}\right)$$

4. Határozza meg az alábbi hatványok értékét!

$$i^2, \quad i^3, \quad i^4, \quad i^6, \quad i^7, \quad i^{102}, \quad i^{2017}$$

5. Írja fel trigonometrikus alakban az alábbi komplex számokat!

$$-9, \quad -5i, \quad 1+i, \quad -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{27}}{2}i, \quad -2\sqrt{3} + 2i, \quad 2 - 2\sqrt{3}i, \quad -3+3i, \quad -2+4i, \quad 1-3i$$

6. Írja fel kanonikus alakban az alábbi komplex számokat!

$$z_1=5(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ), \quad z_2=2(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ), \quad z_3=3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ),$$

$$z_4=6(\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ), \quad z_5=1(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ), \quad z_6=5(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ)$$

7. A 6. feladatban szereplő számokkal végezze el az alábbi műveleteket! Az eredményt adja meg kanonikus alakban is!

$$z_1 \cdot z_2, \quad z_3 \cdot z_4, \quad (z_3)^2, \quad z_5 \cdot z_6, \quad i \cdot z_2, \quad i \cdot z_3, \quad \frac{z_1}{z_2}, \quad \frac{z_3}{z_5}, \quad \frac{z_5}{z_6}, \quad (z_1)^{10}, \quad (z_2)^8, \quad (z_5)^4$$

8. Számítsa ki az alábbi komplex gyököket! (Adja meg az összes lehetséges gyököt!)

$$\sqrt{1}, \quad \sqrt{i}, \quad \sqrt[3]{1}, \quad \sqrt[6]{1}, \quad \sqrt[3]{-8}, \quad \sqrt[3]{3-3i}, \quad \sqrt[3]{-27i}$$

9. Oldja meg a komplex számok halmazán az alábbi egyenleteket!

a) $z^3 = 8i$

b) $z^4 + 4 = 0$

c) $z^2 + 2z + 5 = 0$

d) $z^2 + 3z + 2,5 = 0$

e) $z^2 + 16 = 0$

f) $z^6 + 4z^3 - 5 = 0$