

Gyakorló feladatok 2.

1. A Példatárból a 6. gyakorló feladat.

A feladatot bázistranszformáció alkalmazásával kérem megoldani!

2. A Példatárból a 16. gyakorló feladat.

3. Egy bázistranszformációs eljárás során a következő táblázathoz jutottunk:

bázis	\underline{a}_1	\underline{a}_2	\underline{a}_3	\underline{a}_4	\underline{a}_5
\underline{e}_1	0		0		
\underline{a}_2	2		-2		
\underline{a}_5	1		0		
\underline{a}_4	2		5		

Számolás nélkül válaszoljon az alábbi kérdésekre!

a, Mely vektortér elemei az $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3, \underline{a}_4, \underline{a}_5$ vektorok?

b, Töltse ki a táblázat hiányzó adatait!

c, Mennyi a $H = \{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3, \underline{a}_4, \underline{a}_5\}$ vektorhalmaz rangja?

d, Adja meg a H vektorhalmaz egy maximális lineárisan független részalmazát!

e, Van-e a H -nak olyan részalmaz, amely bázis az \mathbb{R}^4 vektortérben?

f, Van-e a H vektorhalmaznak 1, 2, 3, 4, illetve 5 elemű lineárisan független részalmaz?

g, Van-e a H vektorhalmaznak 1, 2, 3, 4, illetve 5 elemű lineárisan összefüggő részalmaz?

h, Előállítható-e az \underline{a}_3 vektor az \underline{a}_2 és \underline{a}_4 vektorok lineáris kombinációjaként?

i, Előállítható-e az \underline{a}_5 vektor az \underline{a}_2 és \underline{a}_4 vektorok lineáris kombinációjaként?

4.

$$V_1 := \{\lambda_1 \cdot (1, 1, 1, 1) + \lambda_2 \cdot (1, 0, 0, 0) \mid \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}\}$$

$$V_2 := \{\lambda_1 \cdot (1, 0, -2, 3) + \lambda_2 \cdot (-2, 0, 4, -6) \mid \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}\}$$

$$V_3 := \{\lambda \cdot (0, 0, 0, 1) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$$

a) Adja meg a fenti alterek egy-egy bázisát és dimenzióját!

b) Igaz-e, hogy $\mathbb{R}^4 = V_1 \oplus V_2$, illetve, hogy $\mathbb{R}^4 = V_1 \oplus V_2 \oplus V_3$? (Indoklás!)

Ha igen, akkor bontsa fel az $\underline{x} = (2, 2, 0, 9)$ vektort a megfelelő alterekbe eső összetevőkre!