

A.

1.

$$8x_1 - 4x_2 + x_3 = 2$$

$$2x_1 + 4x_2 = 4$$

$$6x_1 + 5x_3 = 8$$

Határozza meg a Cramer-szabályt alkalmazva az x_1 ismeretlen értékét!

(3 pont)

2.

$$2x_1 - x_2 + 4x_3 = 1$$

$$x_1 + 4x_2 + 11x_3 = 5$$

$$2x_2 + 4x_3 = 4$$

$$3x_1 + 5x_2 + 19x_3 = 8$$

- Oldja meg bázistranszformációt alkalmazva a fenti lineáris egyenletrendszert!
- Adja meg az egyenletrendszer homogén párjának a megoldáshalmazát!
- Van-e a homogén egyenletrendszernek két különböző megoldásvektora? Ha igen, adjon rá példát!

(7 pont)

3.

$$\mathcal{A}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad (x_1, x_2) \mapsto (2x_1 - x_2, x_1 + 4x_2)$$

- Injektív-e az \mathcal{A} lineáris transzformáció? Ha igen, akkor adja meg az inverz transzformációt (típusát és hozzárendelési szabályát)!
- Határozza meg az \mathcal{A} lineáris transzformáció sajátértékeit és sajátaltereit! Adja meg a sajátértékek algebrai és geometriai multiplicitását! Adjon példát egy sajátvektorra!

(4+5 pont)

Elméleti kérdések

- Hogyan értelmezzük egy $n \times n$ -es mátrix determinánsát?
- Mikor van egy homogén illetve egy inhomogén lineáris egyenletrendszernek végtelen sok megoldásvektora?
- Mit értünk lineáris leképezésen? Mit értünk lineáris leképezés magterén?

(3x2 pont)