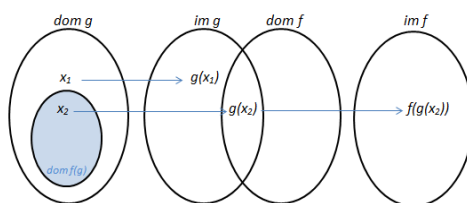


Az összetett függvény



Elmélet

Legyen

$$f : B \rightarrow C$$

és

$$g : A \rightarrow B$$

két függvény. Minden olyan $x \in \text{dom}(g)$ esetén, amelyre $g(x) \in \text{dom}(f)$ legyen

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

Az $f \circ g$ -vel jelölt függvényt, amelynek értelmezési tartománya

$$\text{dom}(f \circ g) = \{x \in \text{dom}(g) \mid g(x) \in \text{dom}(f)\}$$

f és g **kompozíciójának** nevezzük.

$f \circ g$ vagy $f(g)$, ahol g belső függvény és f a külső függvény

Feladatok

1. Legyen $f, g \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

a. $f(x) = \frac{1}{x} \ln(x+1)$

b. $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x-1}$

$g(x) = \sqrt{x-2} - 3$

$g(x) = \lg(x)$

c. $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x+1}$

d. $f(x) = \sin(\sqrt{x+1}) + \frac{1}{x}$

$g(x) = \ln(x-1)$

$g(x) = \frac{1}{x+2}$

e. $f(x) = \lg(x^2 - x)$

f. $f(x) = \arcsin(x) + \frac{1}{\sqrt{x}}$

$g(x) = \frac{1}{x-2}$

$g(x) = \lg(x^2 - 1)$

g. $f(x) = \cos(\sqrt{x+1}) + \frac{1}{x}$

h. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \sin(x)$

$g(x) = \frac{1}{x+2}$

$g(x) = \frac{\ln(x)}{x-5}$

Adja meg az $f \circ g$ függvényt, ha létezik!

2. Legyen

$$f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \sqrt{x} + \frac{1}{x-1}.$$

adja meg az $f \circ \ln$ összetett függvényt, ha létezik!

3. Legyen

$$f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \sqrt{1-x^2} + \sin\left(\frac{1}{x}\right).$$

adja meg az $f \circ \operatorname{arctg}$ összetett függvényt, ha létezik!